5.1 - Conjunto Moto-bomba

5.1.1 - Momento de Inércia

Todo corpo que se põe em movimento acumula uma certa quantidade de energia chamada *energia cinética*. Esta energia acumulada resulta da reação que o corpo oferece à força externa aplicada para tirá-lo do seu estado de repouso. Esta propriedade dos corpos de acumular energia cinética está associada à sua massa e é chamada de *Inércia*. Quando se trata de um movimento linear, a energia acumulada é dada através da conhecida expressão (5.1):

$$E_C = m \cdot \frac{V^2}{2} \tag{5.1}$$

Onde *m* é a massa do corpo (kg), *V* a velocidade de deslocamento (m/s) e E_C a energia cinética acumulada (joules).

Quando o corpo está sujeito a um movimento rotativo em torno de um eixo,ocorre o mesmo fenômeno de acumulação de energia. Neste caso, a energia cinética acumulada está associada não apenas à massa do corpo, mas à maneira como ela se acha distribuída no corpo em relação ao eixo de rotação.

Quando um corpo gira ao redor de um eixo, sua massa, sob o ponto de vista dinâmico, se comporta como se ela tivesse se deslocado e se concentrado numa coroa circular de espessura infinitesimal, a uma determinada distância do eixo de rotação, denominada *raio de giração* representado por *R.* (Figura 5.1):

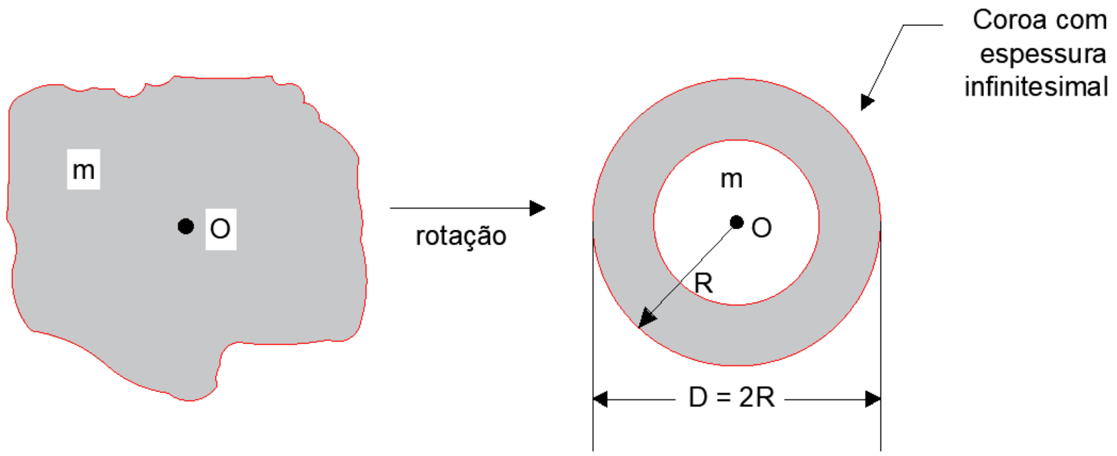


Figura 5.1– Raio de Giração

A velocidade linear ou tangencial da massa *m* situada a uma distância *R* do eixo de rotação que gira a uma velocidade de ω (rad/s) é, como sabemos, $V = \omega \cdot R$. Substituindo este valor de *V* na equação (5.2), encontra-se a energia cinética acumulada nesta massa *m,* agora, girando em torno de um eixo. Tem-se:

$$E_C = m \cdot R^2 \cdot \frac{\omega^2}{2} = I \cdot \frac{\omega^2}{2} \qquad (5.2)$$

Na equação (5.2), temos que a grandeza $m \cdot R^2$ é igual a I. Sendo o produto de uma massa pelo quadrado de uma distância, ela recebe o nome de *momento de inércia dinâmico*.

O cálculo do momento de inércia de um corpo é, às vezes, um problema complicado devido à necessidade de se conhecer o seu raio de giração (R). Quando se trata de corpos de formas geométricas regulares, tais como cilindros, esferas, cubos e outros, e o eixo de rotação coincide com o eixo de simetria destes corpos, e o raio de giração pode ser calculado por meio de fórmulas matemáticas. Porém, quando os corpos possuem formas geométricas não regulares, que é o caso mais comum, o cálculo do raio de giração torna-se muito complexo e o momento de inércia tem de ser obtido através de outros meios, tais como ensaios de fábrica. Por isso é importante obter este valor do catálogo do fabricante da bomba e do motor.

Alguns fabricantes de equipamentos rotativos, em lugar de usar a grandeza momento de inércia (I) definida anteriormente, preferem usar uma outra à qual dão o nome de *momento de impulsão*, mais conhecida pelo seu símbolo GD^2, e que se relaciona com o momento de inércia I como se segue:

$$I = m \cdot R^2 = \frac{G \cdot D^2}{4 \cdot g} \tag{5.3}$$

Onde *G* é o peso do corpo em N; g = 9,81 m/s^2, a aceleração da gravidade; $D = 2 \cdot R$, o diâmetro de giração em m. Se o peso do corpo for dado em kgf (1 kgf = 9,81 N), que numericamente é igual à sua massa, expressa em Kg, então o momento de inércia I será dado por:

$$I = m \cdot R^2 = \frac{G \cdot D^2 \cdot 9{,}81}{4 \cdot g} = \frac{G \cdot D^2}{4} \tag{5.4}$$

A Figura 5.2 mostra as fórmulas para se calcular os diâmetros de giração de alguns volumes conhecidos em função de suas dimensões principais e para um eixo de rotação coincidindo com seus respectivos eixos de simetria.

a) Cilindro maciço, de diâmetro de comprimento h, com o eixo de rotação XY passando pelo seu centro:

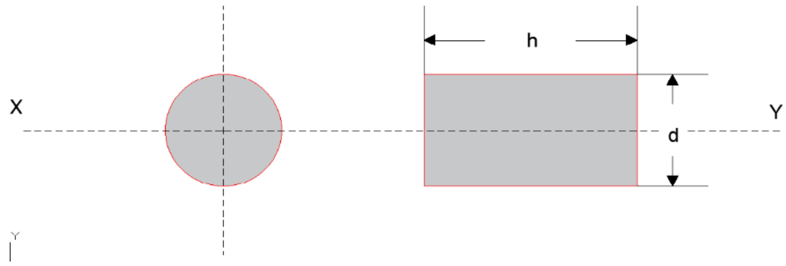


Figura 5.2a. – Diâmetro de giração cilindro maciço

$$D^2 = \frac{d^2}{2} \tag{5.5}$$

b) Cilindro oco, de diâmetro interno d1, externo d2 e altura h, com eixo de rotação XY passando pelo seu centro:

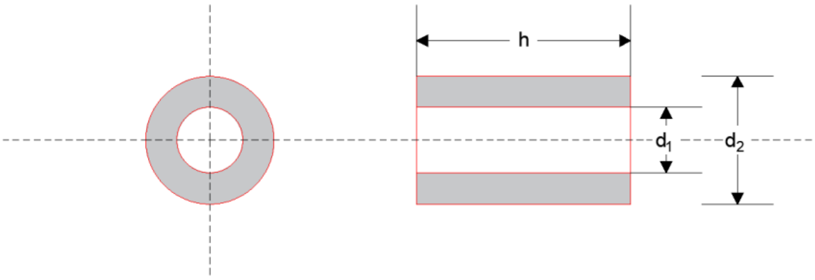


Figura 5.2b - Diâmetro de giração cilindro oco

$$D^2 = \frac{d_1^2 + d_2^2}{2} \tag{5.6}$$

Em termos dos raios:

- Para cilindro maciço: $D^2 = 2r^2$
- Para cilindro oco: $D^2 = 2(r_1^2 + r_2^2)$

E, em termo da massa m:

$$I = \frac{m \cdot (r_1^2 + r_2^2)}{2} \tag{5.7}$$

Para o caso de não ter disponível os dados necessários acima, também é possível utilizar a equação encontrada em Koelle e Betâmio (1992), que calcula utilizando a potência e a rotação da bomba.

$$I = 288 \cdot \left(\frac{P}{N_0}\right)^{1,435} \tag{5.8}$$

Onde P é a potência da bomba em HP e N_0 é a rotação da bomba em rpm, no estado permanente.

Exemplo

Seja um corpo de peso 60 N. Determine, para este corpo, o momento de impulsão e o momento de inércia, considerando um cilindro maciço de 10 cm de diâmetro.

O diâmetro de giração de um cilindro maciço, como vimos, é determinado por:

$$D^2 = \frac{d^2}{2} = 0{,}005\ m^2$$

O momento de impulsão é determinado por:

$$G \cdot D^2 = (60\ N) \cdot (0{,}005\ m^2) = 0{,}3\ N \cdot m^2$$

O momento de inércia pode ser determinado por:

$$I = \frac{G \cdot D^2}{4 \cdot g} = \frac{0{,}3\ N \cdot m^2}{4\ \cdot\ 9{,}81\ m/s^2} \cong 7{,}64 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot\ m^2$$

É comum os fabricantes de bombas expressarem o momento de impulsão, $G \cdot D^2$, nos seus catálogos de bombas, em $kg \cdot\ m^2$, conforme exemplo na Figura 5.3 seguinte:

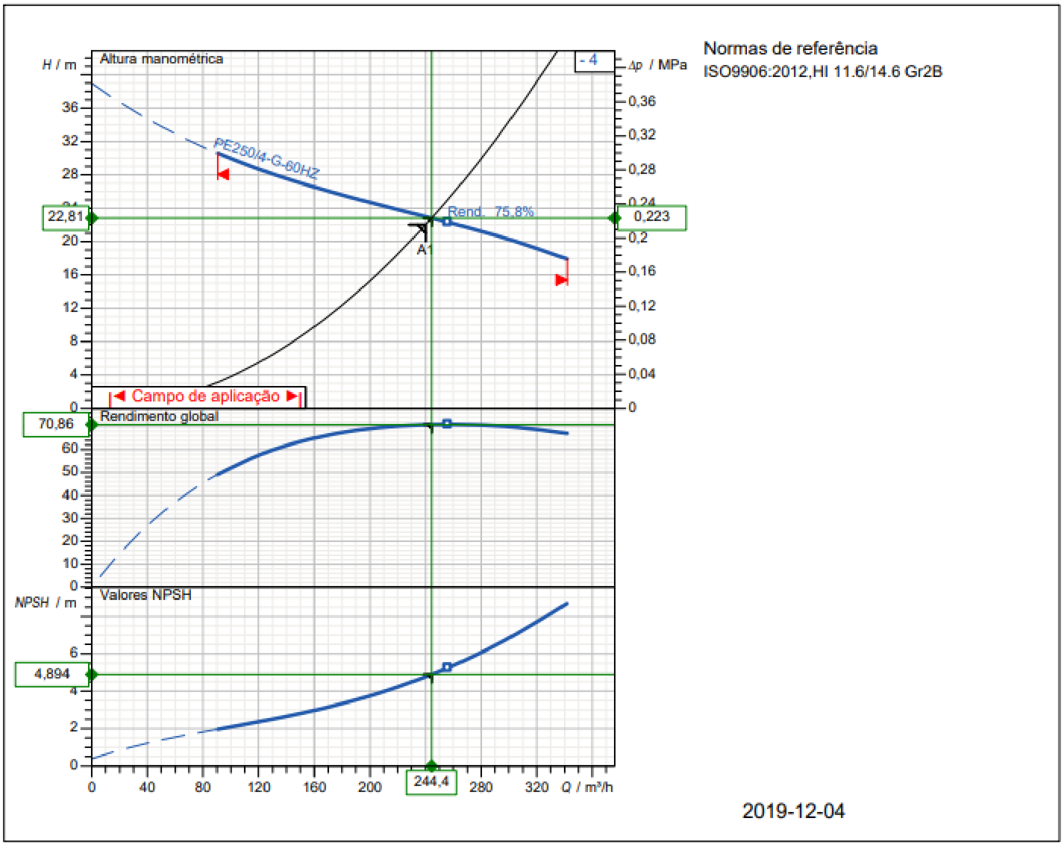
KSB

6. Dados técnicos

Dados técnicos \ Tamanhos	Unid.	25-150	25-200 ②	32-125.1	32-125	32-160.1	32-160	32-200.1 ②	32-200 ②	40-125	40-160	40-200 ②	50-125	50-160	50-200 ②	65-125	32-250.1 ②	32-250 ②	40-250 ②	50-250 ②	65-160	65-200 ②	80-160	40-315	50-315
Suporte de mancal		A 30															A 40								
Largura de passagem do rotor	mm	5,5	6	7	9	5	5	6	6	14	12	9	20	16	11	25	8	8	8	12	21	17	31	9	9
GD² Conjunto girante com água	kg m²	0.0214	0.0591	0.0140	0.0142	0.0224	0.0238	0.0760	0.0786	0.0144	0.0336	0.0640	0.0189	0.0394	0.0750	0.0263	0.1800	0.1820	0.1880	0.1920	0.0521	0.0985	0.0641	0.4396	0.4800
Rotação máxima	rpm	3500																						1750	

SULZER

XFP150G CB1 60HZ (wet pit/dry pit)



Especificação das características de funcionamento		Power input	21 kW
Vazão	244,4 m³/h	Altura Manométrica	22,8 m
Rendimento	75,8 %	Potência consumida	19,7 kW
NPSH	4,89 m	Fluído	Água
Temperatura	20 °C	Tipo de instalação	Bomba simples
Nº de bombas	1		
Dados da bomba			
Tipo	XFP150G CB1 60HZ (wet pit/dry pit)	Marca	SULZER
Série	XFP PE1-PE3	Propulsor	Contrablock Plus impeller, 1 vane
Nº de aletas	1	Diâmetro do propulsor	265 mm
Passagem livre	100 mm	Boca de aspiração	DN150
Flange de compressão	DN150	Tipo de instalação	Wet Well installation with pedestal (without cooling jacket)
Momento de inércia	0,0944 kg m²		

Figura 5.3 – Tabela de dados técnicos de um fabricante de bombas

O Momento de inércia (bomba + motor) pode ser estimado de acordo com a equação proposta por Thorley e Faithfull (1992), em que $I = I_1 + I_2$. Sendo I_1 o momento de inércia polar do rotor e do fluido e I_2 o momento de inércia polar do motor. As equações para I_1 e I_2 são as seguintes:

$$I_1 = 0{,}038\left[\frac{P}{\left(\frac{N_0}{1000}\right)^3}\right]^{0{,}96} \tag{5.9}$$

$$I_2 = 0{,}0043\left[\frac{P}{\left(\frac{N_0}{1000}\right)}\right]^{1{,}48} \tag{5.10}$$

Em que:

P = Potência do conjunto moto-bomba em estado permanente (kW);

N_0 = rotação em estado permanente (rpm);

I_1 e I_2 (kg m^2).

Caso a bomba seja de Multiestágio, estas equações que fornecem o Momento de Inércia ***NÃO*** *devem ser usadas pois o erro neste caso é considerável*