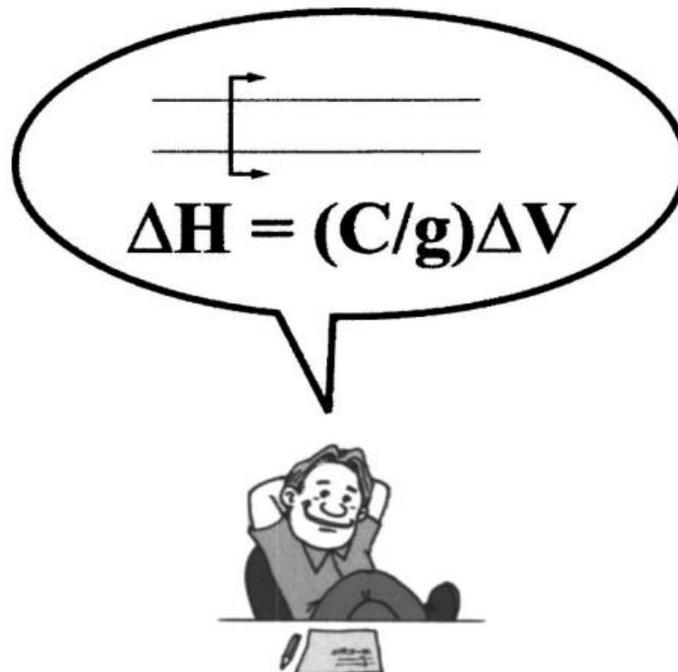


## Introdução aos Transientes Hidráulicos

Uma abordagem inovadora e prática



**Eng. Francisco Veiga**



## Introdução

### Sobre este curso...

Dividiremos em **quatro partes**, a saber.

Na primeira parte deste módulo, faremos alguns importantes questionamentos...

- Caracterização dos TH (Transientes Hidráulicos).
- Qual a importância da análise dos TH.
- Por que a análise dos TH não recebe a atenção que merece.
- Como são calculados os Transientes Hidráulicos.
- O TH e o ciclo de vida dos sistemas.
- Outras consequências dos transientes hidráulicos.

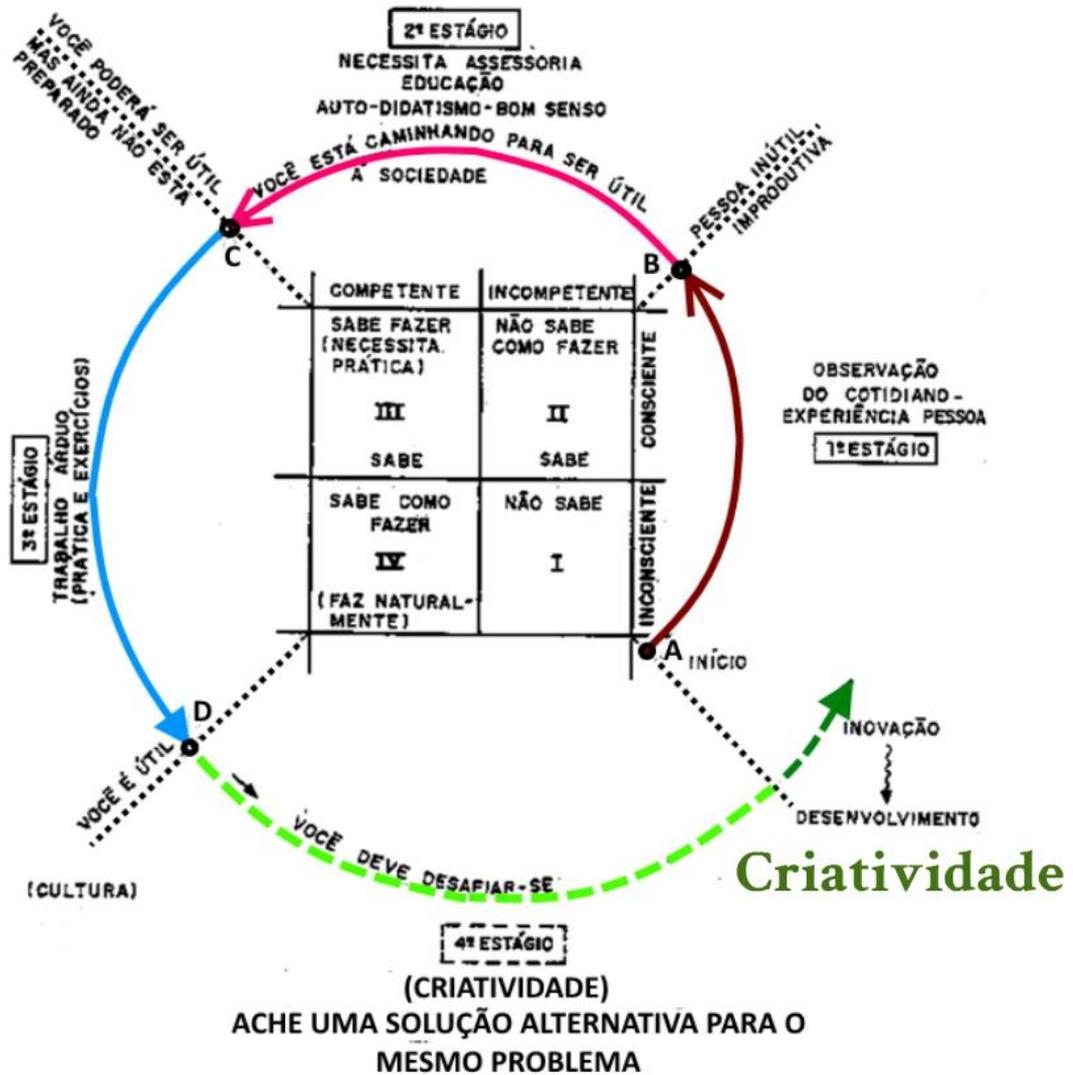
Na **segunda parte**, a mais importante, o aluno deverá ser capaz de entender o que são os transientes hidráulicos e como são gerados.

Na **terceira parte**, será apresentada uma abordagem mais detalhada para análise dos (TH), baseada na ação das ondas de pressão.

Demonstrar que esta abordagem produz soluções muito precisas e que exigem uma quantidade muito menor de cálculos. Além disso, a abordagem permite que o engenheiro tenha uma compreensão intuitiva dos transientes hidráulicos nas tubulações o que resultará na elaboração de melhores projetos e sistemas de operação mais eficientes.

A **quarta parte** está reservada aos métodos de controle dos transientes hidráulicos e noções da análise dos transientes.

**Observação:** A apostila será apenas um fonte complementar da apresentação na sala de aula. O instrutor, fará referências entre o assunto apresentado e os correspondentes conteúdos da apostila.



REFERÊNCIA: " THE CARE & FEEDING OF IDEAS - A GUIDE TO ENCOURAGING CREATIVITY BY JAMES L. ADAMS ADDISON WESLEY, 1986

Fonte: Transientes Hidráulicos – Prof. Dr. Edmundo Koelle



Na introdução o curso aborda as expectativas dos alunos assim como, uma reflexão sobre o status, nos quais nos encontramos considerando a classificação dos 4 (quatro) estágios relacionados ao processo de desenvolvimento da criatividade. Ref.: The care & feeding of ideas. A guide to encouraging creativity (James L. Adams)

Começaremos então, com a primeira pergunta: A análise dos transientes é importante?

**A análise de transiente hidráulico é ESSENCIAL!**

A análise do comportamento dos transientes em uma tubulação é muitas vezes, **mais importante do que a análise das condições operacionais em regime permanente, como base de projeto** para o engenheiro.

**Quando?** Sempre que a taxa de variação da vazão é alterada rapidamente, tal como o resultado de um fechamento rápido de válvula ou parada de bomba. Tais distúrbios sejam eles causados por quaisquer condições (NORMAIS, EMERGENCIAIS, etc.) podem criar ondas de pressão que se deslocam na tubulação com altas magnitudes. Essas pressões transitórias são sobrepostas às condições em regime permanente na tubulação, **no momento quando ocorrem** os transientes.

A severidade das pressões transitórias deve ser determinada para que as tubulações possam ser adequadamente projetadas para resistirem a essas cargas adicionais. Na verdade, os tubos são frequentemente caracterizados por suas classes de pressão "pressure ratings" que definem sua resistência mecânica e têm uma grande influência sobre o seu custo (Boulos et al. 2003,2004). Nos

sistemas de distribuição de água, os regimes transitórios são normalmente inevitáveis. Serão mais severos nas estações de bombeamento, no controle de válvulas, em topografias elevadas, em locais com baixas pressões estáticas e locais remotos afastados dos reservatórios (Friedman 2003). Todos os sistemas serão, em algum momento, iniciados, desligados, passarão por alguma mudança na vazão, etc. Experimentarão as consequências de erros humanos, falhas de equipamentos, movimentação de solo e/ou outros distúrbios de risco.



### **MODELAR OU NÃO MODELAR O SISTEMA, EIS A QUESTÃO!**

São muito comuns certos comportamentos no mercado acerca da necessidade das análises dos transientes nos sistemas de um modo geral.

Equívocos que muitas vezes levam a consequências catastróficas. Vejamos algumas alternativas adotadas, assim entenderemos os caminhos e consequências das diversas ações.



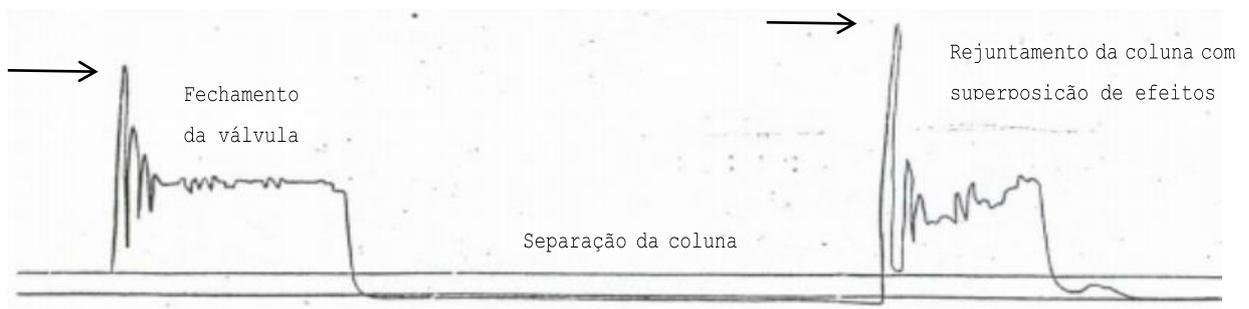
ALTERNATIVA 1 - Modelar o sistema, não somente pelo bom senso do engenheiro, mas conforme recomendam as boas práticas da engenharia, as diversas normas, as associações, etc. Vantagens:

1. Possibilita projetar o sistema com segurança.

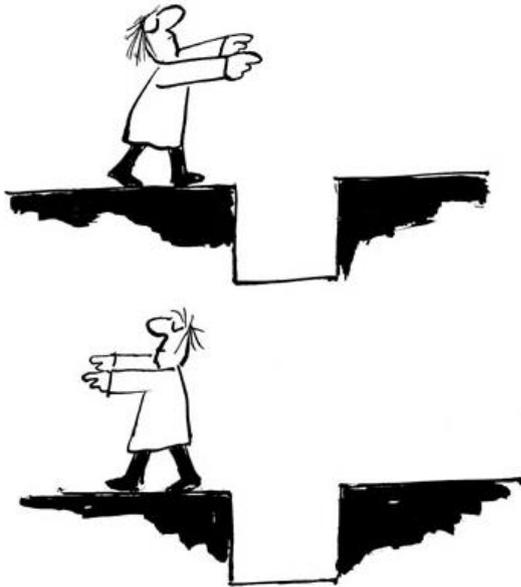
É importante notar que existe uma grande diferença entre achar a “solução  $Q(x,t); P(x,t)$ ” para o regime transitório (modelagem ou análise) e projetar a solução para este regime (adotar medidas mitigatórias e/ou estratégias de controle operacional).



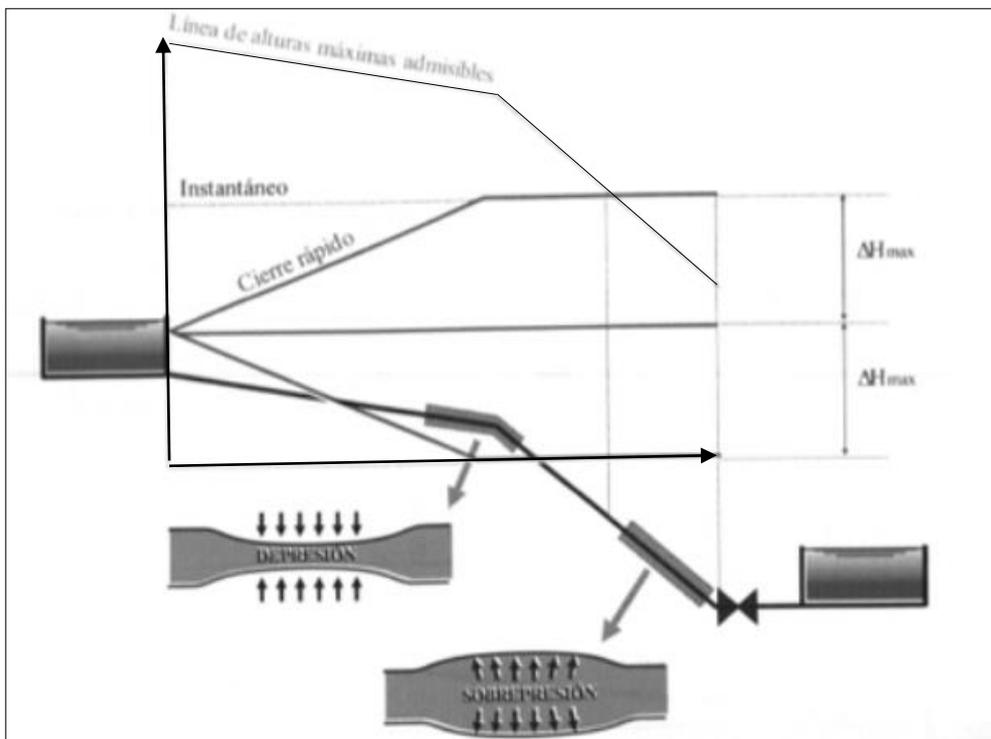
Sem a modelagem não é possível projetar uma solução para o regime transitório nem mesmo saber quais as pressões máximas existentes. Um exemplo desta dificuldade é a avaliação das consequências do fenômeno de separação de colunas ou cavitação em fluxo transitório. Por exemplo, no fechamento de uma válvula em um sistema por gravidade. Isto é possível devido ao desdobramento do fenômeno e a picos de pressão de curta duração com intensidades bem maiores do que o pulso de Joukowski associado a velocidade inicial...



Obviamente, os desdobramentos desta nova condição torna impossível uma avaliação sem a modelagem matemática. O fenômeno não é intuitivo, não sendo possível uma avaliação expedita que possa dar ao engenheiro tranquilidade na sua decisão. Como avaliar então se o sistema está ou não seguro? Somente modelando!



O engenheiro deve excluir a intuição? O engenheiro nunca deve deixar sua intuição de lado porém, esta só deve ser utilizada se sua mente estiver preparada para tal. Em outras palavras, o conhecimento técnico, a modelagem matemática e a experiência são subsídios para o uso desta intuição.



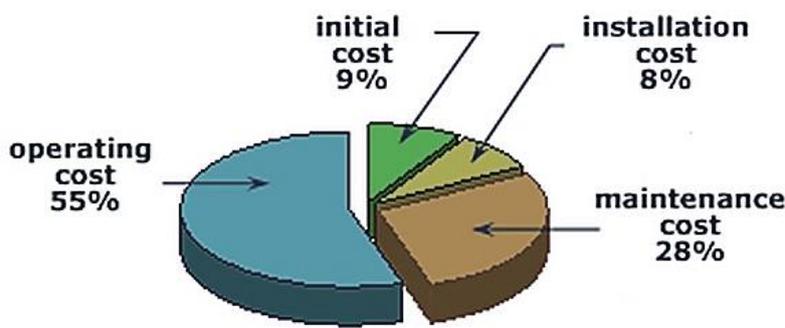
2. Diminuir o custo de implantação do sistema.

O custo da tubulação está associado ao material, diâmetro, espessura de parede, etc. Quanto ao diâmetro e o material, estes estão relacionados diretamente a questões hidráulicas ou de processo. Uma vez determinados, a espessura de parede comandará a máxima tensão



Portanto, durante o estudo das alternativas, este seja o marco de quando os estudos dos transientes deverão ser iniciados na elaboração do projeto! É comum resolver problemas que poderiam ser evitados ainda em projeto... Não faz muito sentido isto, faz?

**Typical Pump Life-Cycle Cost**



Pergunta pertinente para o projetista: Você sabe quais as consequências da herança que você deixará para a equipe operacional? Foram avaliados os custos do

ciclo de vida do sistema, considerando que não houve estudo ou as proteções são aquelas que sabidamente não funcionam?

Então, porque o estudo da Análise dos Transientes, tradicionalmente não tem recebido a atenção que merece nos nossos currículos de engenharia e nem a consideração que exige para a elaboração um projeto seguro e para a operação eficaz dos sistemas com tubulações?

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c}{gA} \frac{dQ}{dt} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + f(Q)$$

$$Q_1^{refl} = 0.5 \left[ (Q_1 + Q_2) + \frac{EA}{c} (H_1' - H_2') - (f(Q_1) + f(Q_2)) gA \Delta t \right]$$

$$H_1^{refl} = 0.5 \frac{c}{gA} \left[ (Q_1 - Q_2) + \frac{EA}{c} (H_1' + H_2') + (f(Q_1) - f(Q_2)) gA \Delta t \right]$$

where  $Q_1' = Q_1 - \frac{c \Delta H}{\Delta x} (Q_1 - Q_2)$ ,  $Q_2' = Q_2 - \frac{c \Delta H}{\Delta x} (Q_1 - Q_2)$ ,  $H_1' = H_1 - \frac{c \Delta H}{\Delta x} (H_1 - H_2)$ ,  $H_2' = H_2 - \frac{c \Delta H}{\Delta x} (H_1 - H_2)$

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} - f(Q) = 0$$

$$\lambda \left( \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} \right) + \frac{1}{gA} \left( \frac{\partial Q}{\partial x} + \lambda c \frac{\partial Q}{\partial t} \right) - f(Q) = 0$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial t} \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} - f(Q) = 0$$

$$\frac{1}{c} \frac{dH}{dt} + \frac{1}{gA} \frac{dQ}{dt} - f(Q) = 0$$





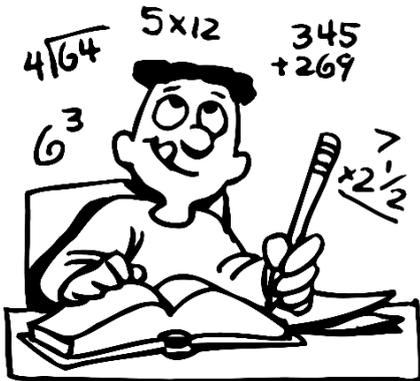
A principal razão para esta situação é que a análise de transientes é apresentada aos engenheiros de uma maneira complexa e difícil para que seja aplicada aos projetos nos sistemas hidráulicos. Contudo, este tema pode ser exposto em uma maneira intuitiva, acessível e fácil.

O método intuitivo possui um apelo muito poderoso considerando que muitos profissionais aplicam técnicas matemáticas para resolverem uma vasta série de problemas, sem sequer desconfiar da relação que tais soluções obtidas guardam com o mundo físico. Enfim, com os aspectos práticos. Porém, para um engenheiro que busca o entendimento do fenômeno físico e confiança nas decisões que devem ser tomadas no curso de um projeto, esta estratégia de aplicar a matemática sem a necessária conexão com os conceitos da física é muito mais do que frustrante, É PERIGOSA!

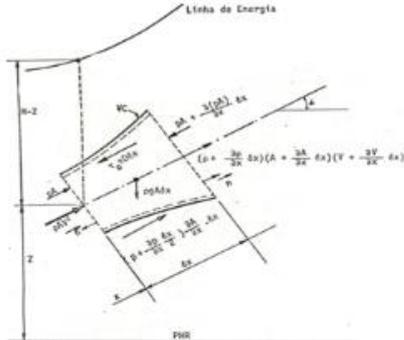
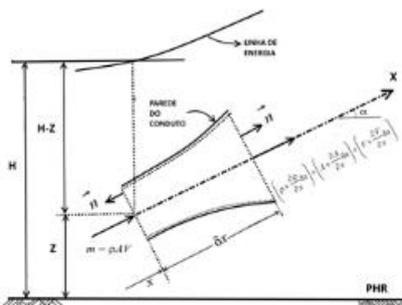
Obs.: O instrutor apresentará a sequência lógica relacionada ao cálculo dos TH. Serão abordados os seguintes temas: motivação, domínios (espaço e tempo), origem da perturbação, propagação das ondas, equação fundamental dos TH, sistema de equações, a solução(3D), modelagem, o conceito de sistema e de volume de controle e o T.T. Reynolds, eq.de momentum e continuidade aplicadas ao V.C, equações(governantes) diferenciais parciais (EDP), tipos de EDPs, técnica para solução específica, problema de valor inicial(PVI), revisão "instantânea" de cálculo, soluções numéricas, descrições de escoamento "Euleriano" e "Lagrangeano", discretização dos domínios(malhas), condições de fronteiras, resumo dos método das características.

Qual o caminho para a otimização operacional dos sistemas?

Calcular os transientes geralmente é a opção mais econômica.



Infelizmente, não é tão simples, nem é fácil...



**Equação da Quantidade de Movimento**

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0$$

**Equação da Continuidade**

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$L_1 = \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f|V|}{2DA} = 0$$

$$L_1 + \lambda L_2 = 0$$

$$L = \lambda \left( \frac{g}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right) + \left( \frac{\lambda a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) + \frac{f|V|}{2D} = 0$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t}$$

$$L_2 = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t}$$

$$\lambda = \pm \frac{g}{a}$$

$$C^+ : \frac{dV}{dt} + \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f|V|}{2D} = 0 \text{ se } \frac{dx}{dt} = +a$$

Multiplicando-se ambas as equações por  $a \times \frac{dt}{g}$   
Transformando V para Q e finalmente substituindo  $dx=a \cdot dt$ , integrando do nó (i-1) até i em C+

$$\int_{H_{i-1}}^{H_P} dH + \frac{a}{gA} \int_{Q_{i-1}}^{Q_P} dQ + \frac{f}{2gDA^2} \int_0^{\Delta x} Q|Q| dx = 0$$

$$C^- : \frac{dV}{dt} - \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f|V|}{2D} = 0 \text{ se } \frac{dx}{dt} = -a$$

$$C^+ : HP_i - H_{i+1} + B(QP_i - Q_{i-1}) + R Q_{i-1} |Q_{i-1}| = 0$$

$$C^+ : HP_i = CP - B QP$$

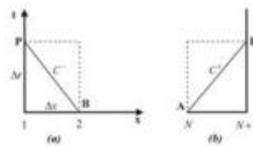
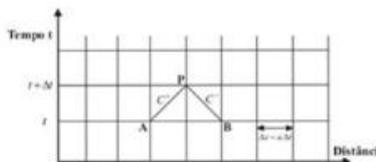
$$CP = H_{i-1} + B Q_{i-1} - R Q_{i-1} |Q_{i-1}|$$

$$C^- : HP_i - H_{i+1} - B(QP_i - Q_{i+1}) - R Q_{i+1} |Q_{i+1}| = 0$$

$$C^- : HP_i = CM + B QP$$

$$CM = H_{i+1} - B Q_{i+1} + R Q_{i+1} |Q_{i+1}|$$

$$HP_i = \frac{(CP + CM)}{2}$$



Objetivo do THs



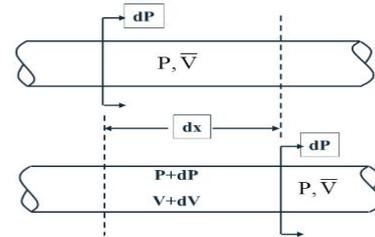
Localização das cargas máximas



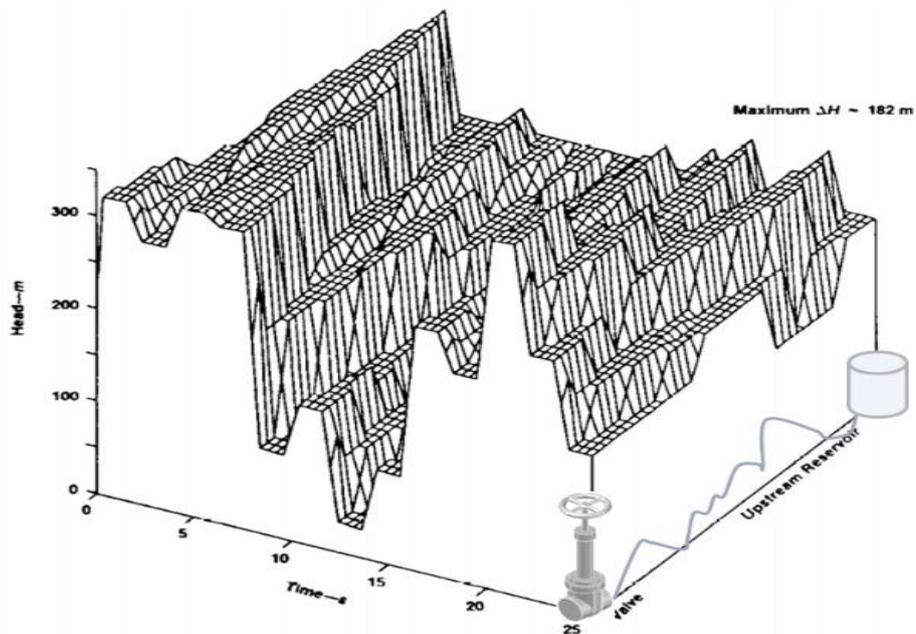
$$\Delta H = \pm \frac{c}{g} \Delta V$$

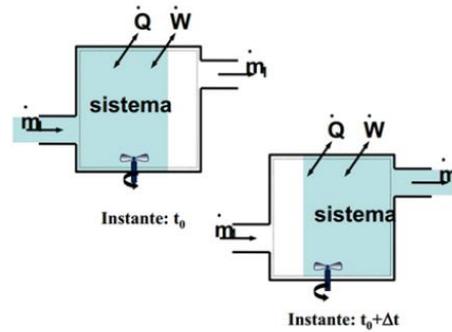


Nikolay Yegorovich Zhukovsky

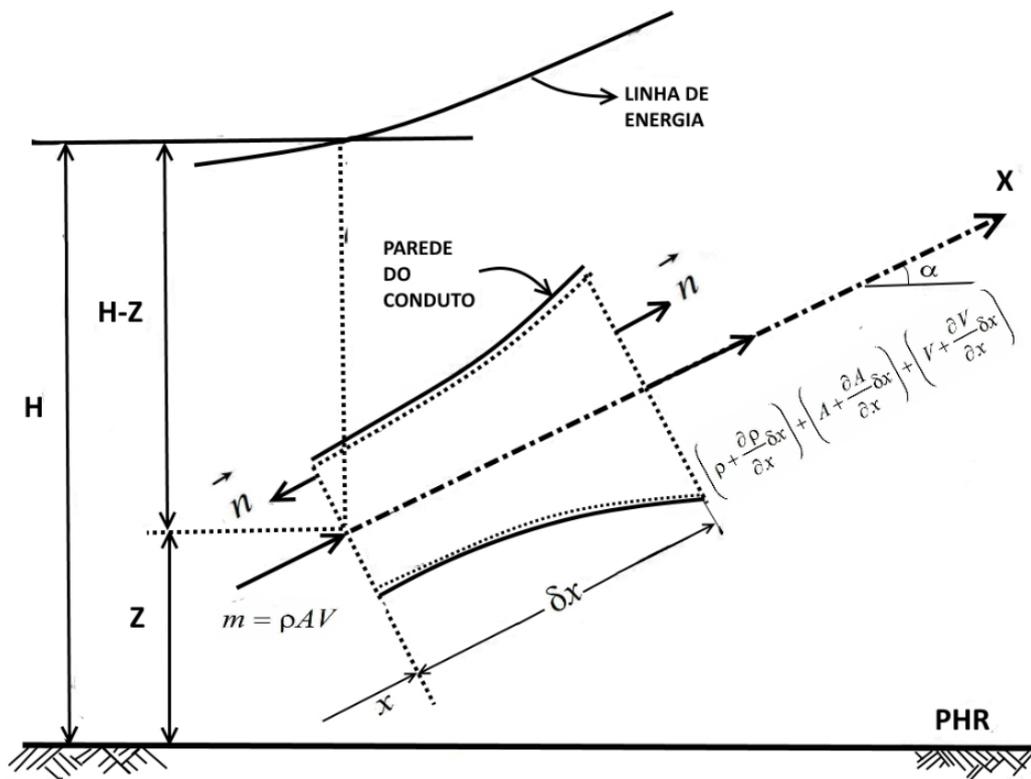


Equação básica dos Transientes hidráulicos





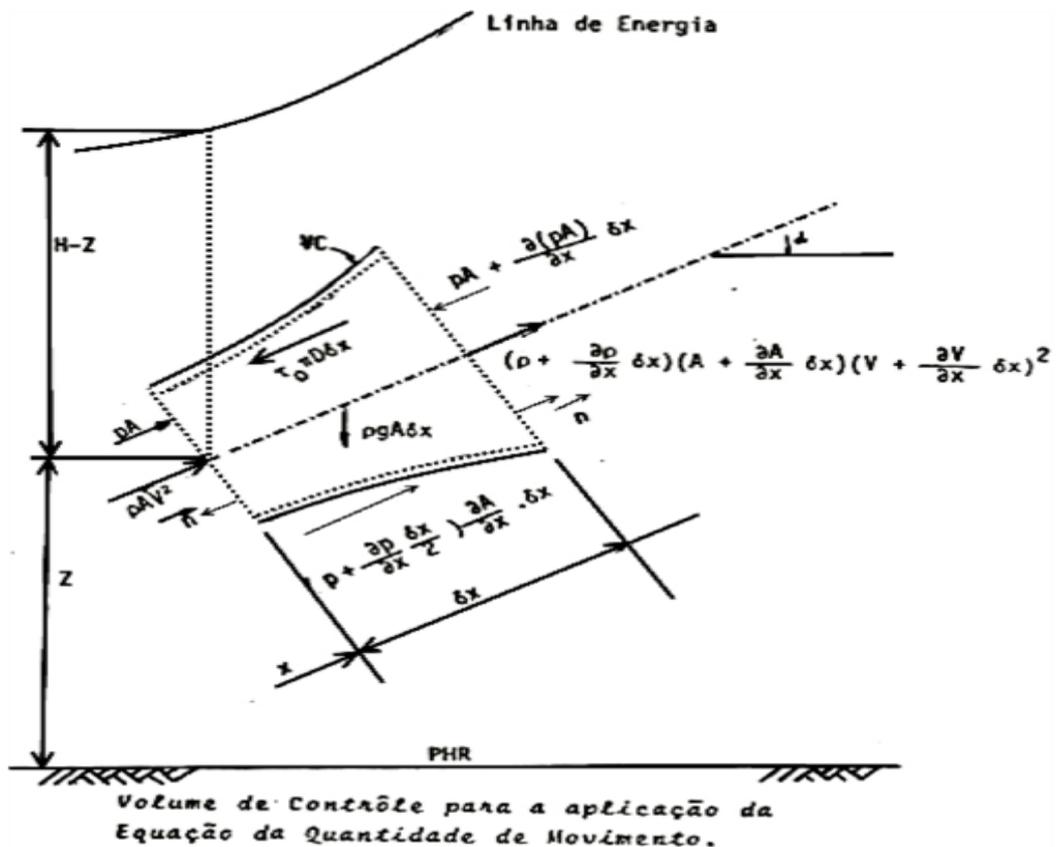
## Precisamos introduzir o conceito de VOLUME DE CONTROLE



$$-\rho AV + \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} \delta x\right) \left(A + \frac{\partial A}{\partial x} \delta x\right) \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} \delta x\right) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho A \delta x) = 0$$



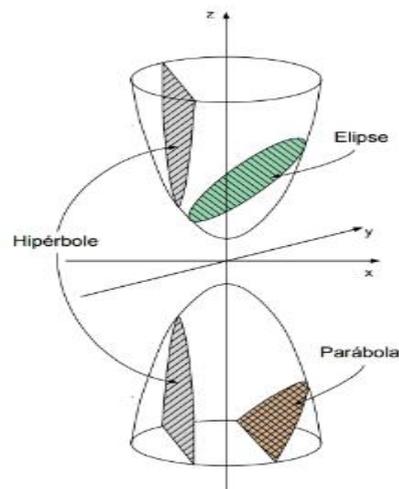
$$\sum \frac{d(mv)}{dt} = \sum F$$



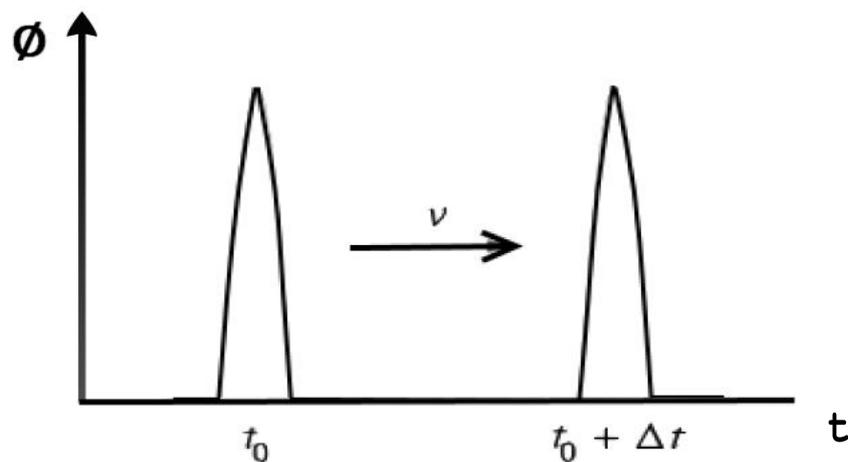
$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

**SÃO EDP !**

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0$$



Curvas cônicas representativas das EDPs lineares.



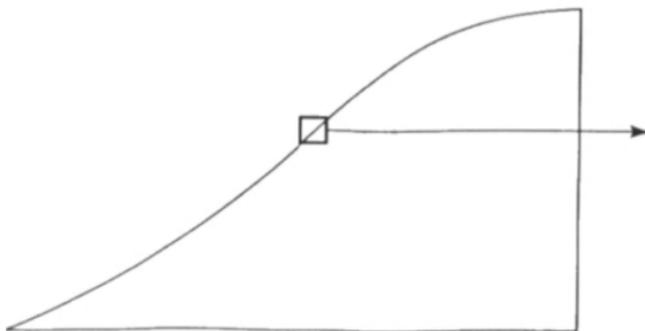


Problema de matemática regular

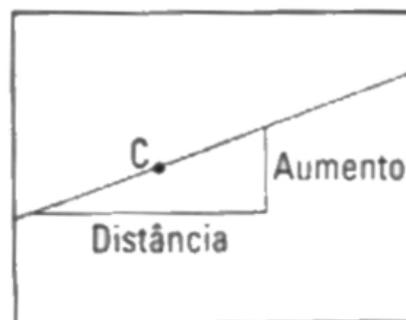
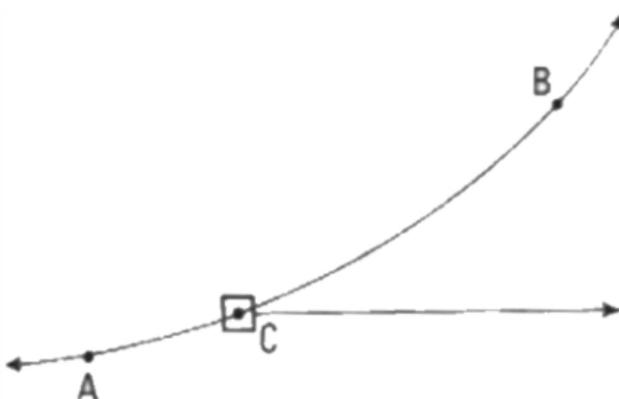
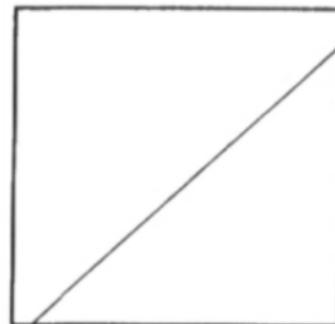


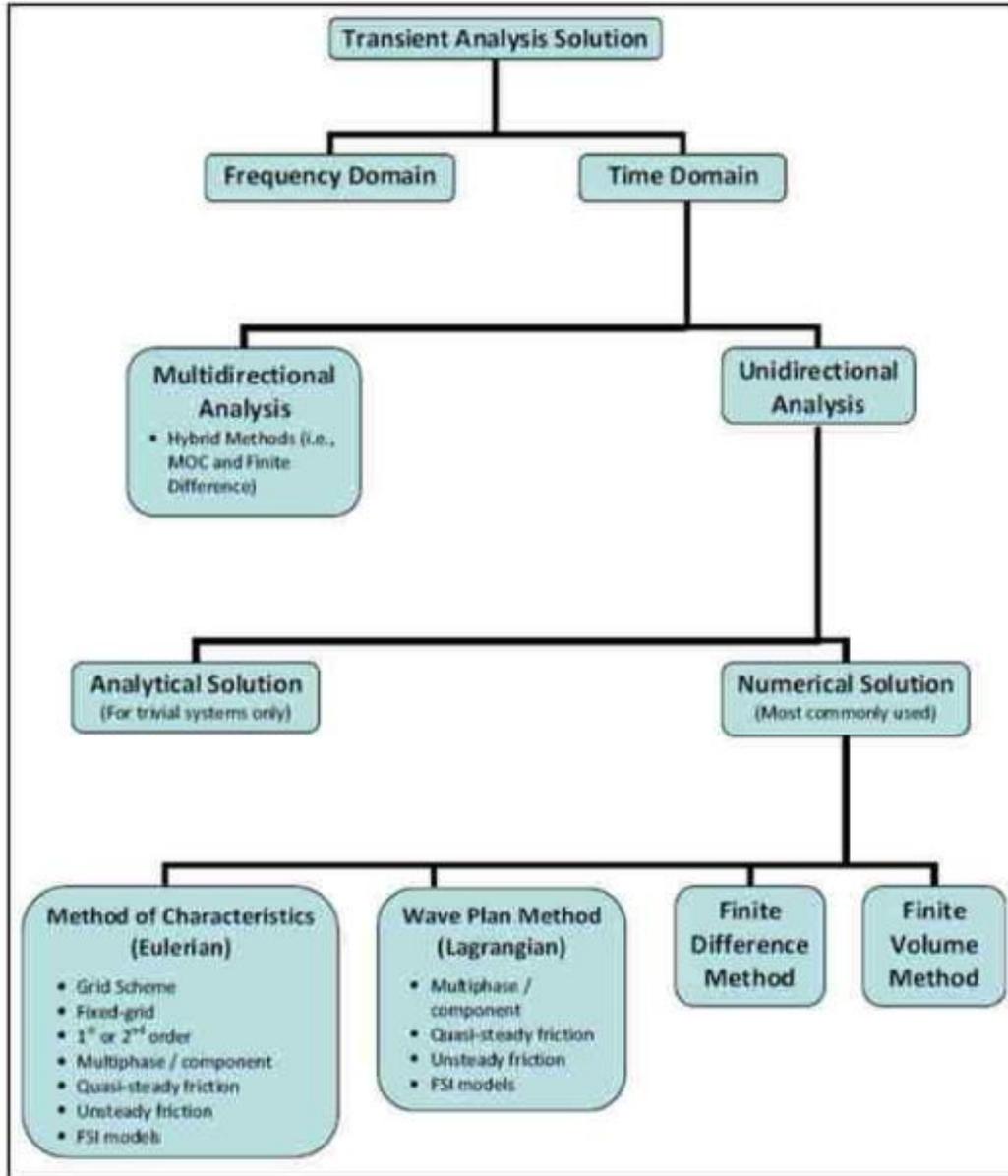
Problema de cálculo

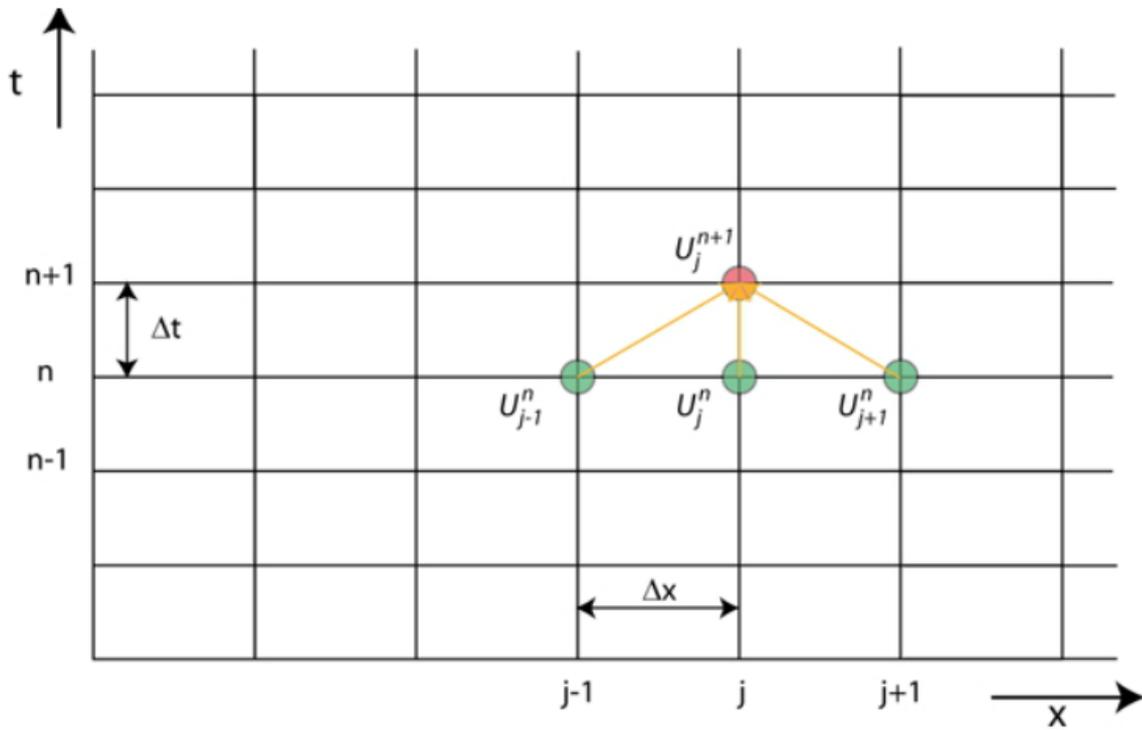
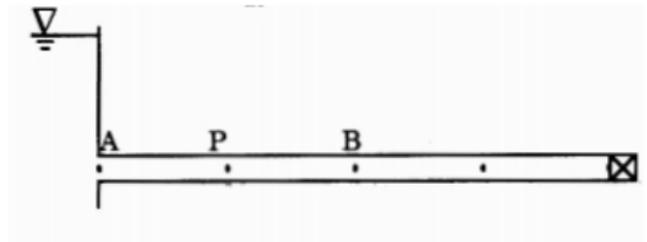
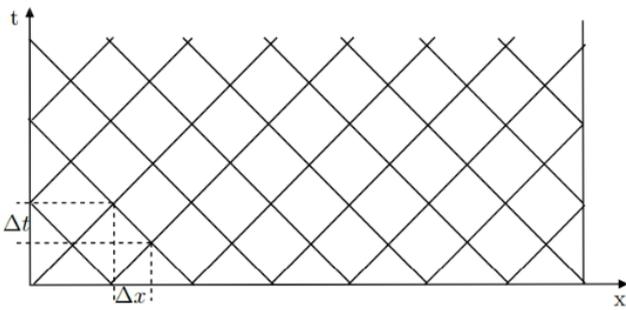
## Então qual é a essência do cálculo ?



Problema de cálculo







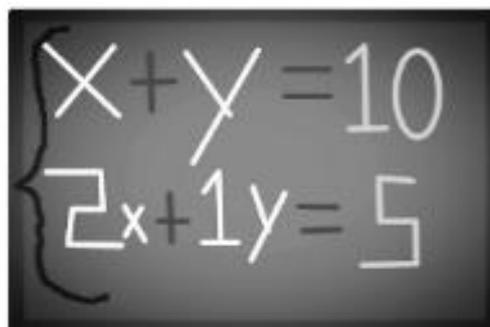
Pontos internos...

$$CP = H_{I-1} + B Q_{I-1} - R Q_{I-1} | Q_{I-1} |$$

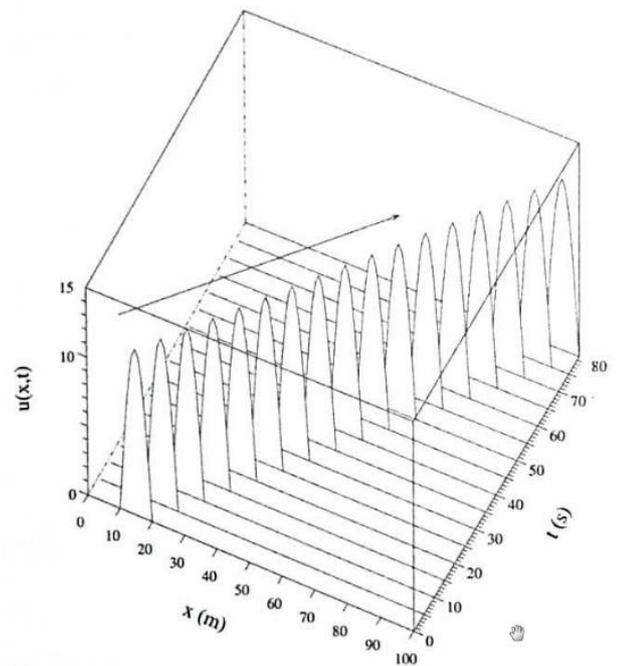
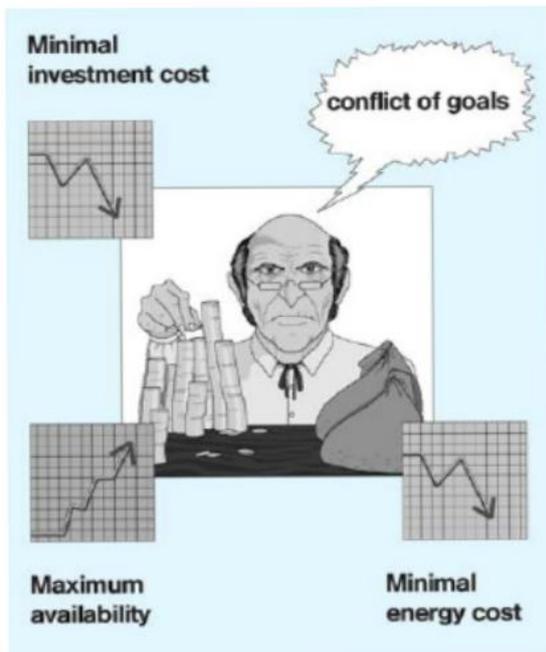
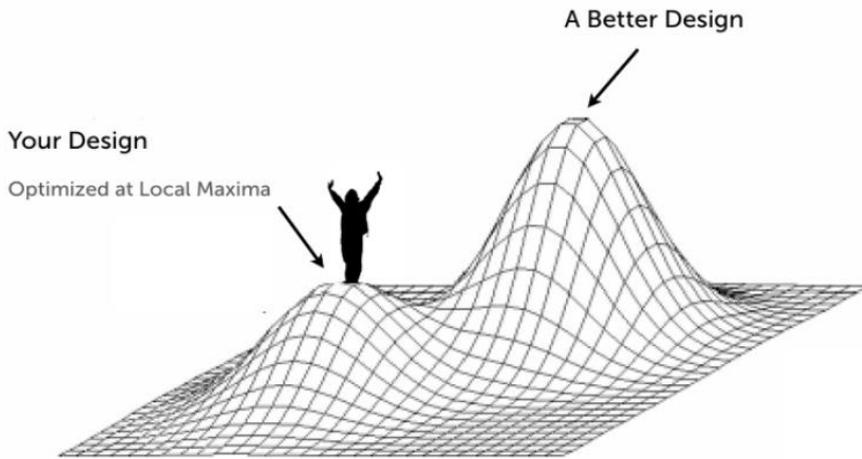
$$CM = H_{I+1} - B Q_{I+1} + R Q_{I+1} | Q_{I+1} |$$

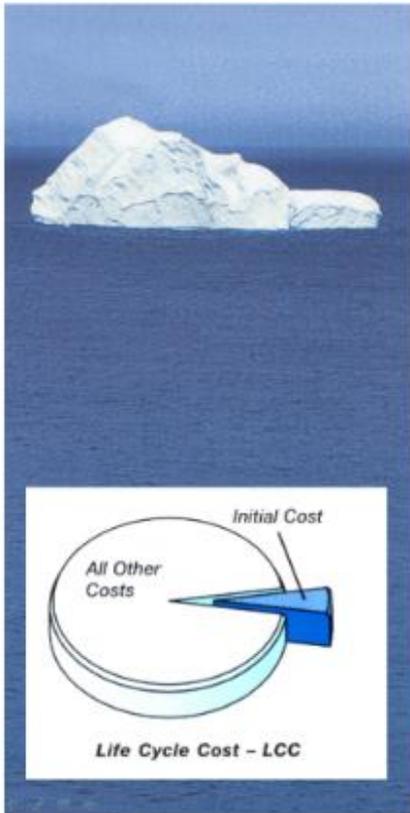
$$C^+ : HP_I = CP - B Q P_I$$

$$C^- : HP_I = CM + B Q P_I$$

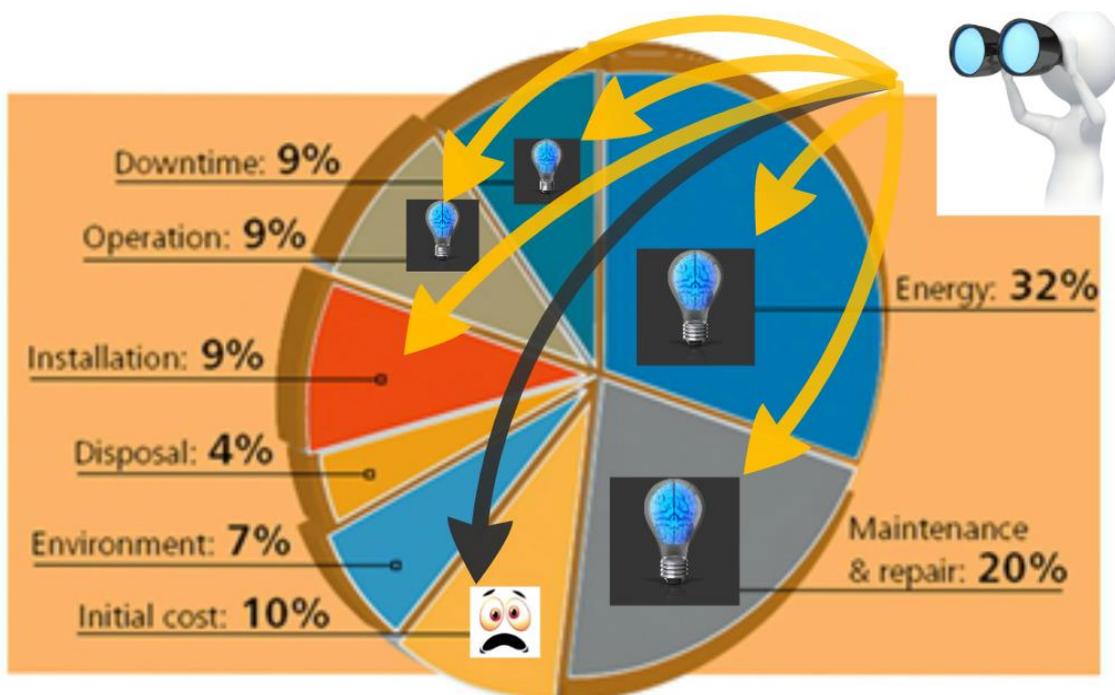
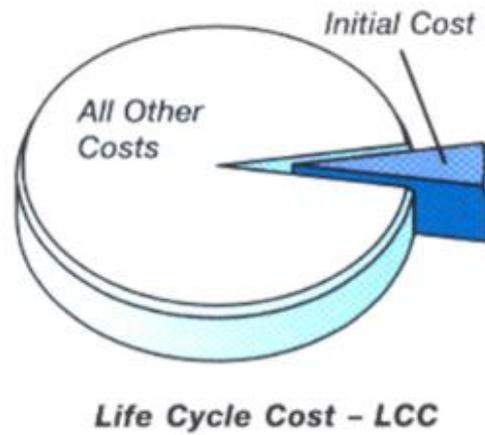

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 1y = 5 \end{cases}$$

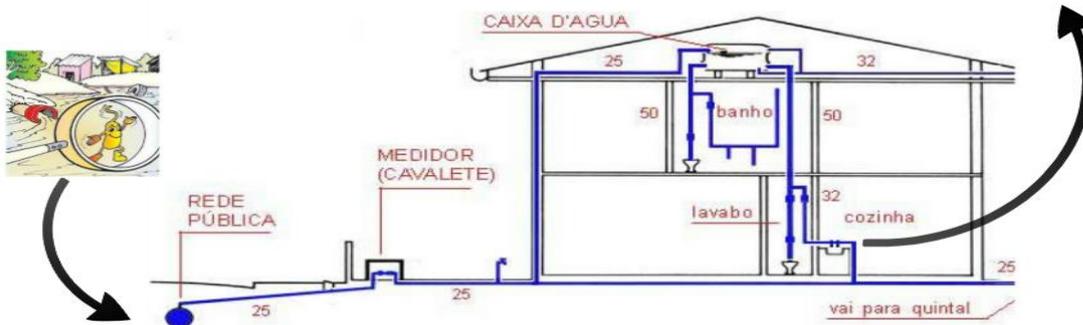
**Linha característica**





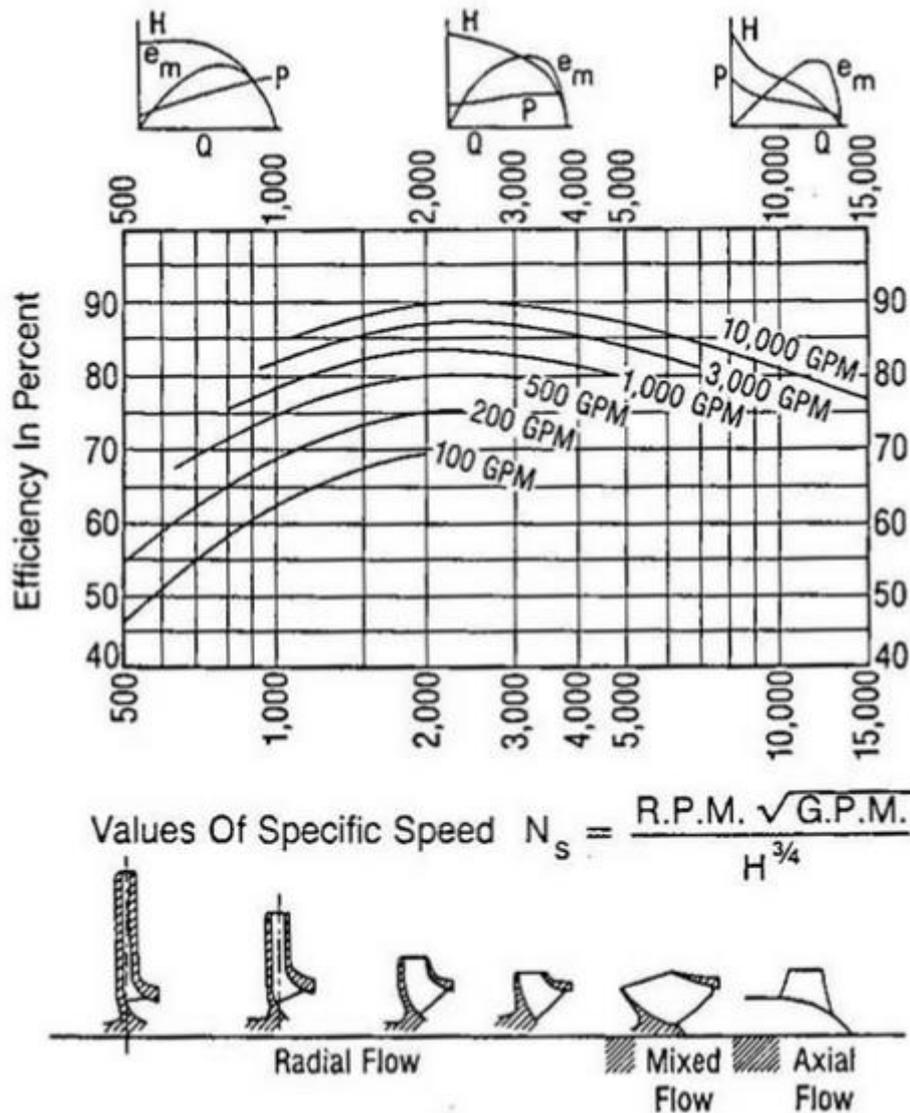
# What You Don't See Is What You Get





Agentes patogênicos -  
Bactérias, vírus,  
protozoários, parasitas  
que entram na água  
provenientes de  
desechos orgânicos.





por Diego

Sartorato e

Rodrigo Gomes, da RBA publicado 17/02/2014 13:51

## Racionamento é perigoso

Outro problema para o qual alerta o presidente do Conselho Mundial da Água é que o racionamento pode apresentar riscos de contaminação, em virtude de fissuras nos dutos do sistema de distribuição. “A tubulação tem perdas, ela não é 100% fechada. Quando você tem pressão, sai água limpa de dentro do duto e vai para o solo. Quando não tem a água que estava fora pode adentrar o encanamento. E essa água pode vir de um solo contaminado. Então o racionamento é uma coisa arriscada.”

Em São Paulo, a Sabesp admite perdas de aproximadamente 25% do volume de água que circula nos canos. No entanto, segundo o relatório de 2013 do Plano Diretor da



Macrometrópole, elaborado pelo Departamento de Água, Esgoto e Eletricidade (DAEE), a Região Metropolitana de São Paulo perde 38% da água que deveria abastecer as cidades.

O mesmo plano projeta que até 2035 a Sabesp deve atuar com um parâmetro de perdas entre 20% e 30%. Ou seja, em 20 anos não há uma perspectiva de redução significativa nas perdas de água. “Nesse Plano Diretor da Macrometrópole, não foram consideradas reduções abaixo de 20%, pois, abaixo deste patamar, entende-se que seriam necessárias tecnologias e aportes financeiros diferentes daqueles necessários para que as perdas se enquadrem nos limites de 20% a 30%”, descreve o relatório.

Para alcançar perdas de 28% nas duas macrorregiões (Campinas e São Paulo) até 2035, seriam necessários investimentos de R\$ 11,4 bilhões. Levando-se em conta a economia da empresa, o empreendimento causaria um prejuízo de cerca de R\$ 540 milhões, prossegue explicando o documento. Ou seja, não ter atacado o problema antes o tornou mais complexo e mais caro de resolver.

Toda obra tem um fator de risco.

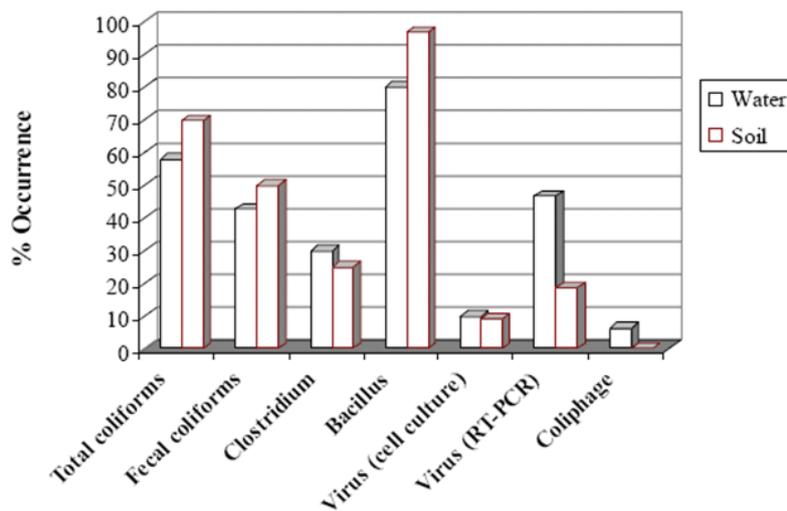
#### **Blog do Planeta – Já não está na hora de São Paulo decretar racionamento?**

**Braga** – Quando você fala em racionamento, eu entendo que você está falando em rodízio, certo? O rodízio é fechar a tubulação e deixar um setor da cidade sem água. Isso não é bom. O governo não deve decretar rodízio. Você já deve ter ouvido falar que os canos embaixo da terra vazam, são as perdas de água. É água que sai de dentro do cano para o subsolo. A pressão dentro do cano é maior que a pressão fora. Quando você tira a água do cano, a situação se inverte, a pressão de fora fica maior. O que acontece? A água que está no subsolo entra no cano. E essa água nem sempre é limpa. Você corre o risco de contaminar o conduto. Não é um bom procedimento fazer rodízio. Isso não é apropriado do ponto de vista técnico e da saúde pública. É preciso pensar em racionamento com outro tipo de ponto de vista, como uma forma de limitar o uso da água.



Office of Water (4601M)  
Office of Ground Water and Drinking Water  
Distribution System Issue Paper

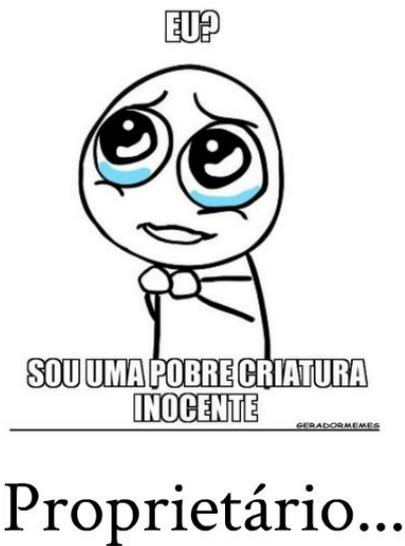
## The Potential for Health Risks from Intrusion of Contaminants into the Distribution System from Pressure Transients



Organism	Water CFU or PFU/100 ml	Soil CFU or PFU/100 gm
Total Coliforms	< 2 - 1.6 x 10 <sup>3</sup>	< 2 - 1.6 x 10 <sup>4</sup>
Fecal Coliforms	< 2 - 1.6 x 10 <sup>3</sup>	< 2 - 1.6 x 10 <sup>4</sup>
<i>Clostridium</i>	0 - 2.5 x 10 <sup>3</sup>	0 - 1 x 10 <sup>5</sup>
<i>Bacillus</i>	0 - 4.6x 10 <sup>6</sup>	0 - 1.2 x 10 <sup>8</sup>
Phage	0 - 1 x 10 <sup>4</sup>	0

CFU, colony-forming units; PFU, plaque-forming units

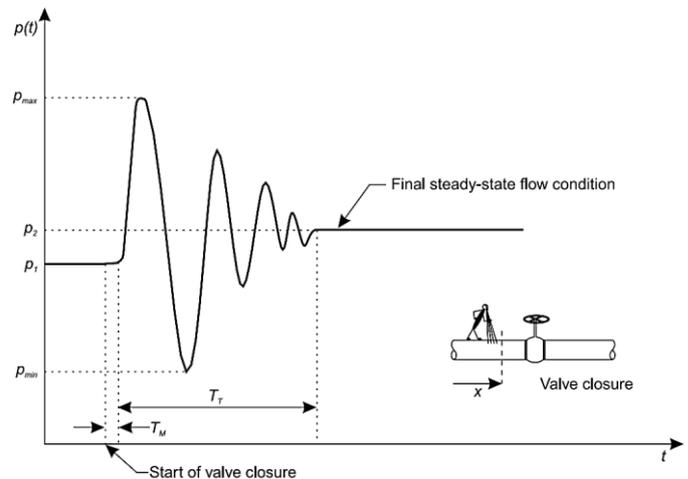
## A herança!!!



# OUTRAS CONSEQUÊNCIAS...

## O que significa analisar os Transientes Hidráulicos?

Analisar os transientes envolve determinar valores durante o intervalo de tempo  $T_t$  das funções  $V(x, t)$  e  $P(x, t)$  que resultam das manobras de variação de fluxo realizadas durante o  $T_t$ . Outras mudanças das propriedades físicas do líquido transportado, tais como temperatura e densidade, podem ser irrelevantes.



Note que um observador verificará que o sistema estava "equilibrado" em um estado inicial passando para um outro estado "equilibrado" final. As pressões decorrentes da manobra de um estado para outro alcançaram valores elevados. É fundamental conhecer as pressões decorrentes dos transientes ao longo de toda a tubulação durante a ocorrência dos mesmos.

Veja que as funções possuem domínio em "x" e em "t".

A extensão da tubulação é representada por "x" e "t" representa o tempo de simulação. Assim, o observador que está num ponto fixo será  $x = \text{constante}$ ! E, ele verá os transientes ao longo de "t" (tempo variável)...

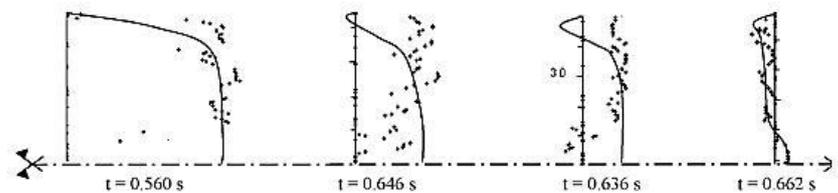
Embora tais condições transitórias possam resultar em muitas situações, o engenheiro deve se preocupar com aquelas que comprometem a segurança de uma planta e da sua equipe e também com aquelas que têm o potencial para causar danos aos equipamentos e/ou dispositivos que resultem em dificuldades operacionais ou que coloque em risco a saúde pública.

"Nos mesmo pontos em que se perde água, pode-se permitir a entrada de água contaminada, vinda de solos poluídos. Isso é muito perigoso", afirmou Yoshimoto (Diretor operacional

da Sabesp).

Os eventos transientes acarretam implicações significativas na qualidade da água.

Estes eventos podem gerar altas intensidades de tensões cisalhantes que podem causar a re-suspensão de



partículas já sedimentadas como também destacar a camada de biofilme. Os chamados eventos "água vermelha" têm sido frequentemente associados aos distúrbios transitórios. Além disso, um evento transitório de baixa pressão, por exemplo, decorrente de uma falha de energia ou ruptura de tubulação, tem o potencial de causar intrusão de águas subterrâneas contaminadas em um tubo através das juntas ou furos. Dependendo do tamanho do orifício, o volume inserido pode variar de alguns m<sup>3</sup> para centenas de m<sup>3</sup>, Funk et al. 1999; Le Chevallier 1999; Karim et al. 2003; Le Chevallier et al. 2003.

Pressões negativas produzem efeito sifão em água não potável, de origem doméstica e industrial nos sistemas de distribuição de água.

Ar dissolvido (gás) também pode ser liberado nas seções de tubulações de aço e ferro com subsequente oxidação e danos aos tubos.

Mesmo algumas estratégias de controle dos transientes, tais como válvulas de alívio ou ventosas, se não forem adequadamente projetadas e mantidas, poderão permitir a intrusão de patógenos.



## FUNDAMENTOS DOS TRANSIENTES HIDRÁULICOS



## TÓPICOS

31

1.1 DEFINIÇÕES GERAIS

1.2 MODELOS ESTUDADOS

1.2.1 EPS (EXTENDED PERIOD SIMULATION)

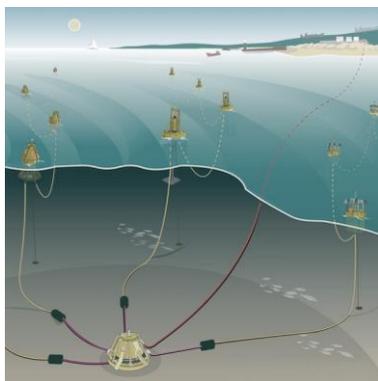
1.2.2 TEORIA DA COLUNA RIGIDA

1.2.3 TRANSIENTE HIDRÁULICO - "GOLPE DE ARÍETE"

O tema regime variável tem um significado óbvio. O caso especial, chamado TRANSIENTES HIDRÁULICOS é citado diversas vezes e seu equacionamento só pode ser expresso por uma determinada, única e particular "língua estrangeira" chamada "CÁLCULO DIFERENCIAL INTEGRAL", normalmente considerada por alguns engenheiros de difícil compreensão. Normalmente não existe uma solução analítica portanto, para que os computadores possam manipular as equações diferenciais é necessário transformá-las em equações algébricas.

**TRANSIENTE HIDRÁULICO** é abordado através de dois importantes métodos: **Euleriano e Lagrangeano**.

**PARTE A - Abordagem Euleriana** consiste em



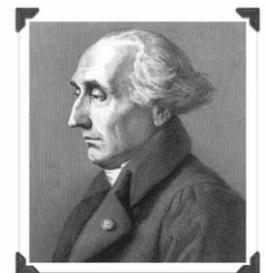
escolher uma seção ou volume de controle no espaço e considerar todas as partículas que passem por aquele local num determinado espaço de tempo.



**PARTE B - Abordagem Lagrangeana**

descreve o movimento de cada partícula acompanhando-a em sua trajetória real e apresenta grande dificuldade nas aplicações práticas, porém quando aplicado aos transientes, descreve-se em sua essência o movimento de cada pulso de onda de pressão acompanhando sua trajetória. O observador

Joseph Louis Lagrange (1736-1813)

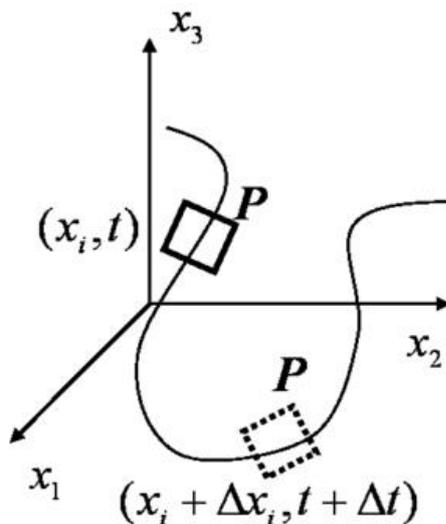


desloca-se simultaneamente sobre a frente da onda. Os pulsos de ondas individuais são observados como uma função do tempo. Este método mostrou-se ideal para representar os fenômenos da forma mais próxima em relação à realidade física, permitindo ao engenheiro uma possibilidade de relacionar-se com a realidade do

dia a dia! O método numérico baseado na aproximação Lagrangeana, foi desenvolvido pelo Prof. Dr Emérito da Universidade de Kentucky **Don J. Wood** e é conhecido como **WAVE PLAN METHOD**.

Ainda na parte B fundamenta-se o método numérico utilizado na formulação de programas de cálculo dos transitórios em redes hidráulicas, considerado o "ESTADO DA ARTE" sobre o assunto, **WAVE CHARACTERISTICS METHOD**.

Demonstraremos a aplicação deste método com o uso do "demo" de um dos softwares mais populares no mundo (**O SURGE** que será apresentado na parte final deste minicurso) e que mostra como pode ser realizada uma modelagem matemática com a utilização dos dispositivos de proteção no controle dos transientes hidráulico nas instalações.



Medição de salinidade, temperatura, pressão, etc.  
 Pode ser um balão meteorológico ou uma boia marítima.  
 Propriedades que são funções da posição e tempo iniciais...

## Definições Gerais

Apesar do propósito básico deste minicurso ser apresentar uma técnica eficiente para analisar transientes, é importante conhecer a teoria das várias classes de regimes variáveis.

Considerando um sistema de distribuição, a análise do regime variável pode ser dividida em 3(três) categorias:

**EPS (Extend Period Simulation)**, simulação em tempo estendido - esta primeira aproximação, aplicável para transientes muito lentos que são chamados de simulação em tempo estendido, EPS ou teoria "quase estável" (*quasi-steady*), envolve a solução de uma sequência de soluções de regime permanente ligadas por um esquema de integração para equações diferenciais descrevendo a dinâmica de reservação de tanques. Os efeitos inerciais e elásticos **são desprezados**.

**Teoria da coluna rígida (Rigid Water Column Theory)**- a segunda categoria de fluxo instável é adequada para transientes rápidos (mas, ainda relativamente lentos) e é chamada de teoria da coluna rígida. No idioma inglês existe o termo comum "lumped parameter approach".

Considera-se a variação lenta do fluxo em um movimento transitório lento, assumindo-se que o fluido age como uma coluna rígida (ou um corpo único), desprezando-se as propriedades elásticas da tubulação. Diz-se que a situação transitória corresponde a uma oscilação em massa.

**Golpe de Ariete** - esta terceira categoria está associada ao termo "**golpe de ariete**", termo utilizado geralmente quando o fluido é água. É sinônimo de **TRANSIENTES HIDRÁULICOS** quando se consideram, no equacionamento do fenômeno, **a elasticidade da tubulação** e **a compressibilidade do líquido**.

A ação que provoca a alteração do regime permanente inicial é denominada genericamente **de manobra**.

O **transiente hidráulico** é governado pelas **equações do movimento (momentum)** e da **continuidade**. A solução dessas equações permite a determinação das pressões e

velocidades em função do tempo e conseqüentemente, a interpretação física do fenômeno que relaciona a **causa** (manobra) ao **efeito** (transiente hidráulico). Se o fenômeno transitório é periódico, diz-se **pulsante** ou simplesmente **periódico**, definindo-se como o intervalo do de tempo decorrido entre situações de escoamento que se repetem.

### EPS (Extend Period Simulation)

Uma técnica muito útil é a modelagem em tempo estendido quando é possível verificar um comportamento do sistema frente as mudanças de demanda ao longo de um período. Imagine então, que devido as variações de demanda e condições operacionais, desejemos conhecer numa rede de distribuição as pressões e os níveis dos reservatórios, além do controle de partida e parada de bombas.

Qual a motivação? A simulação em tempo estendido melhora o planejamento do sistema e otimiza a operação com um custo relativamente baixo.

A modelagem pode ser entendida com uma sucessão de cálculos de diversos "regimes permanentes" observando que não estamos considerando inércia e nem os efeitos elásticos.

No regime permanente, as equações de energia e continuidade são aplicadas para os estados variáveis em instantes de tempo selecionados. Estes são descritos pela **equação da continuidade** em cada nó de junção e pela **equação da energia** ao longo dos caminhos entre os nós.

$$\sum_{l \in J_{in}} Q_l - \sum_{l \in J_{out}} Q_l = q_i \qquad H_A - H_B - \sum_{i \in lpath} h_{L,l} = 0$$

J é um índice que representa um grupo de tubulações que entra e sai do nó "i".

#### **Exemplo 1: Simulação em período estendido EPS – Drenagem de tanque.**

Um tanque cilíndrico com D=10' com nível inicial de 5', é drenado da sua base por uma bomba com velocidade constante de 4ft/s, numa tubulação de

saída de 2". Determine o tempo necessário para drenar o tanque para um nível de 2 ft.

**Resposta:** A vazão é variável...

Aplicando a equação da continuidade:

$$dh = \left[ \frac{(Q_{in} - Q_{out})}{A_T} \right] \times dt \quad \rightarrow \quad dt = \frac{A_T}{(Q_{in} - Q_{out})} \times dh$$

Integrar ambos os lados não é nada mais do que fazer  $A_T = 78.54 \text{ ft}^3$ ,  $Q_{in}=0$  e  $Q_{out} = 0.0873 \text{ ft}^3/\text{s}$  que resulta no tempo  $t=2.700,0 \text{ s}$  ou  $0.75 \text{ hr}$ .

### **Exemplo 2: "Extended Period Simulation" - Enchimento de tanques em série**

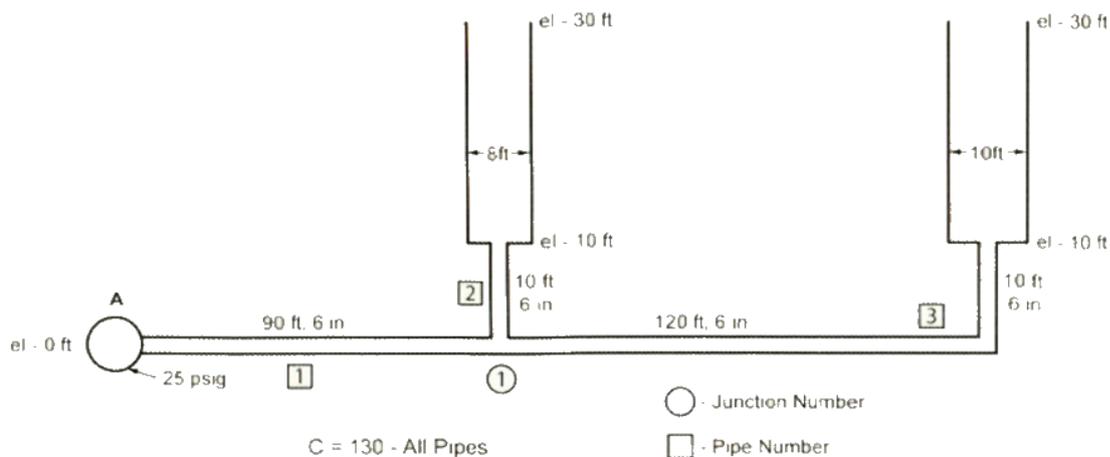
Considere o sistema de tubulações conforme figura abaixo. O esquema de numeração das tubulações e dos nós é dada na figura. Determine o tempo requerido para encher os tanques em série para um nível de 30 ft.

Use Hazen-Williams para a expressão das perdas de carga com o coeficiente de rugosidade de 130 para as 3 tubulações. Despreze as perdas de carga localizadas.

$$K_i = \frac{4.727 \times L_i}{C_i^{1.852} \times D_i^{4.871}}$$

O expoente  $n$  é 1.852.

A solução destas 3(três) equações do tipo “quase-linear” , considerando a vazão respectivamente nas três tubulações é :  $Q_1 =$



$$6.20 \text{ ft}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = 4,96 \text{ ft}^3/\text{s} \text{ e}$$

$$Q_3 = 1.24 \text{ ft}^3/\text{s}$$

Se assumirmos 1 (um) minuto para o incremento de tempo ( $\Delta t = 60\text{s}$ ) , o novo gradiente hidráulico para os tanques B e C são calculados (veja a equação 1-3) e (1-4) com  $H_B = 15,92 \text{ ft}$  e  $H_C = 10.95 \text{ ft}$ , respectivamente.

Este processo e repetido até  $H_B = 30 \text{ ft}$  e  $H_C = 30 \text{ ft}$ . A tabela a seguir descreve a sequência da solução em EPS.

Resposta: Vamos primeiro escrever a equação da continuidade para um nó e a equação da conservação da energia para os caminhos A-B A-C. Note as regiões com pressão constante:  $H_A = 57.7 \text{ ft}$  ou

(25x144/62.4),  $H_B = 10'$  e  $H_C = 10'$ . As equações de equilíbrio são

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$H_A - K_1 \cdot Q_1^n - K_2 \cdot Q_2^n = H_B$$

$$H_A - K_1 \cdot Q_1^n - K_3 \cdot Q_3^n = H_C$$

Tabela : EPS - Resultados para enchimento de tanques em série

Tempo(Min)	Entrada (ft3/s)	Tanque B HGL (ft)	Entrada(ft3/s)	Tanque C HGL (ft)
0	4.96	10.00	1.24	10.00
1	3.94	15.92	1.89	10.95
2	3.26	20.62	2.24	12.39
3	2.75	24.52	2.45	14.10
4	2.35	27.80	2.58	15.98
5	0	30.00	3.60	18.12
6	0	30.00	3.46	20.86
7	0	30.00	3.32	23.51
8	0	30.00	3.19	26.04
9	0	30.00	3.05	28.48
10	0	30.00	0	30.00

Notamos que após 5 (cinco) minutos, o tanque B está cheio. Portanto, uma válvula fechará a entrada de fluido. Assim,  $Q_2=0$  e  $Q_1=Q_3$ . A solução do processo está reduzida a uma simples equação:

Atualizando  $H_C$  baseado no valor calculado de  $Q_3$ .

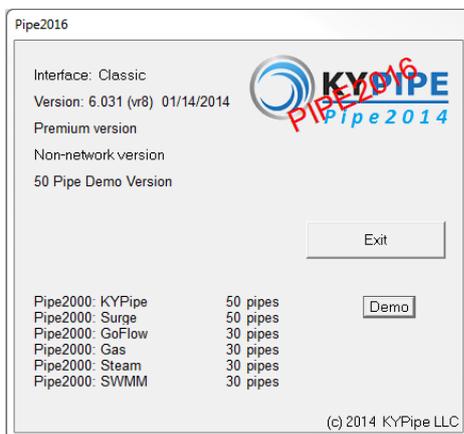
$$Q_3 = \left[ \frac{H_A + H_C}{K_1 + K_3} \right]^{\frac{1}{n}}$$

## EXEMPLO KYPIPE EPS CONTROL SWITCH(SI) DEMO

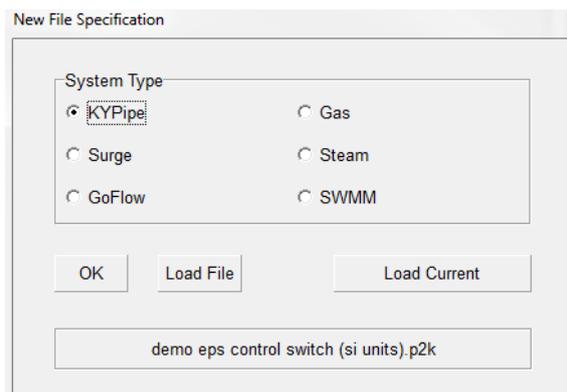
Clique no ícone "Classic"



Ignore todos os avisos clicando ENTER



Use o Demo

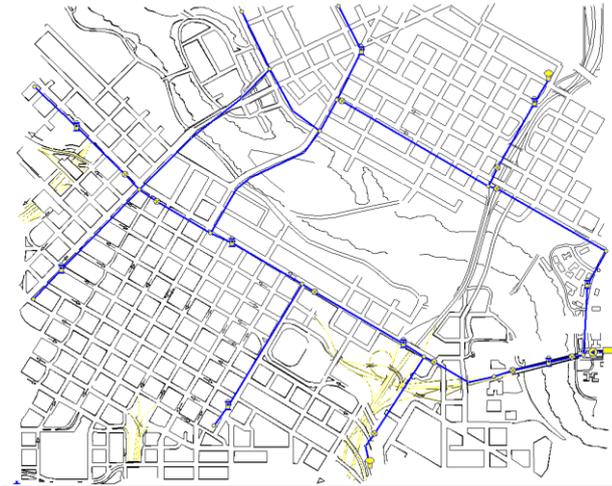


Utilize o KYPIPE

Siga as seguintes instruções:

1. No menu superior clique em File.
2. Open ( clique "No" para salvar o arquivo atual(Current))
3. Selecione e dê Ok para o arquivo "demo eps control switch(si units).p2k

## Topologia do sistema



## Descrição sucinta do sistema

-----  
Device Summary  
-----

Cost	Number
0.00	16 junction nodes
0.00	2 tanks
0.00	1 resevoirs
0.00	1 pumps
0.00	9 hydrants
0.00	10 on/off valves
0.00	8 intermediate nodes

-----

### DESCRIÇÃO OPERACIONAL

A bomba está ligada no momento inicial.

Desligará após o tanque T2 alcançar o nível de controle.

A bomba ligará após a pressão de jusante atingir o valor mínimo

## VARIÁVEIS DO SISTEMA

As demandas do sistema indicadas nos pontos obedecerão às variações estabelecidas pelo padrão AWWA. São dados de entrada.

Time/Change	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Power Cost																									
Residential																									
Type 1	0.33	0.25	0.21	0.21	0.26	0.36	0.53	0.91	1.2	1.3	1.34	1.34	1.32	1.27	1.25	1.25	1.28	1.37	1.52	1.7	1.75	1.67	0.9	0.48	

### Descrição da análise.

Existem dois tanques T1 e T2.

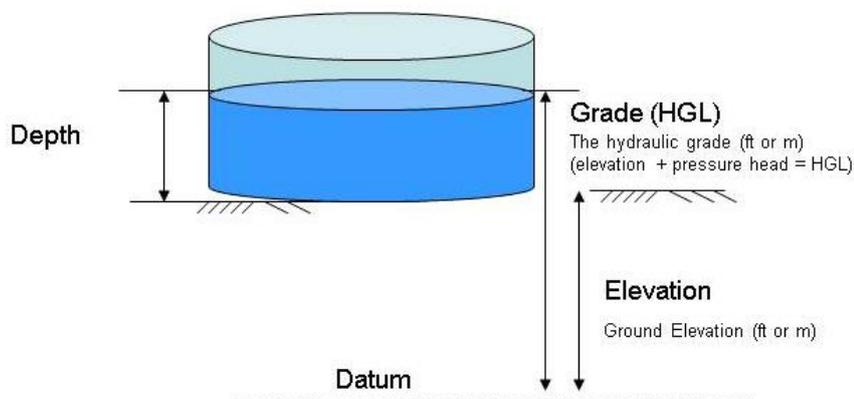
As demandas concentradas nos nós variam conforme AWWA.

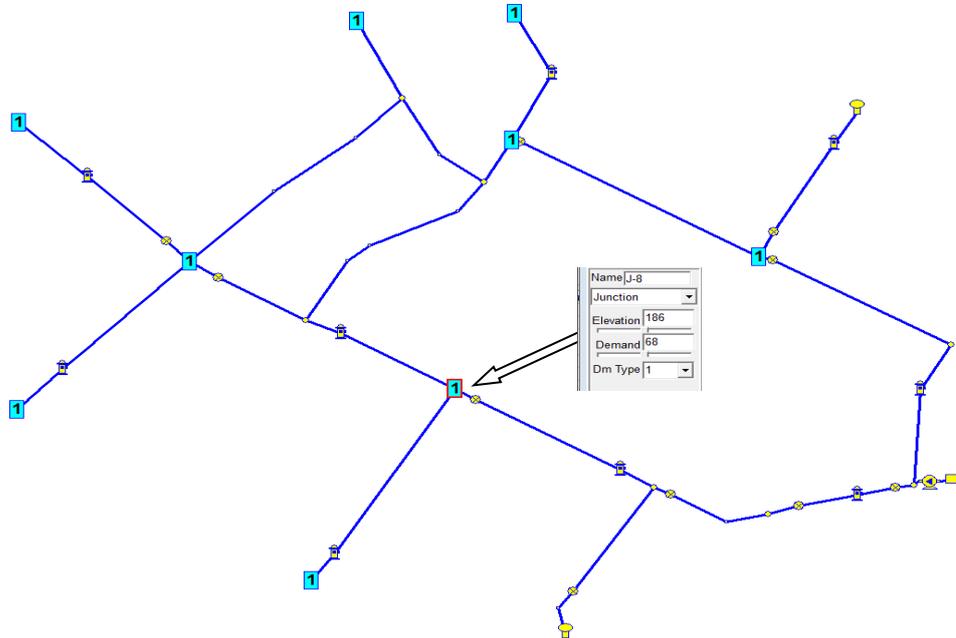
A bomba parte e para conforme pressão de jusante.

controlled element	is	on/off	when	sensing node	is	below/between	low level	and	on/off	when	above	high level	Use
Pump-1	is	on	when	T-1	is	below	225	and	off	when	above	230	Yes

Bomba 1 está ligada quando o HGL a jusante da bomba está 225 e desligada acima de 230.

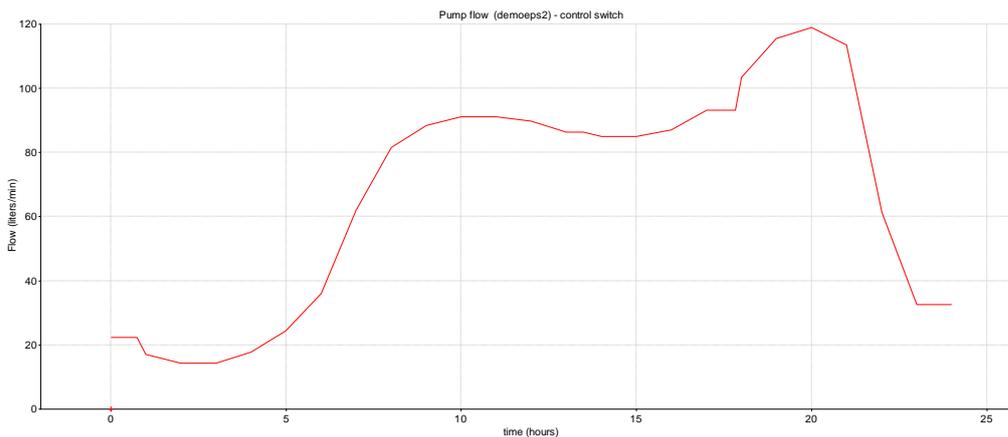
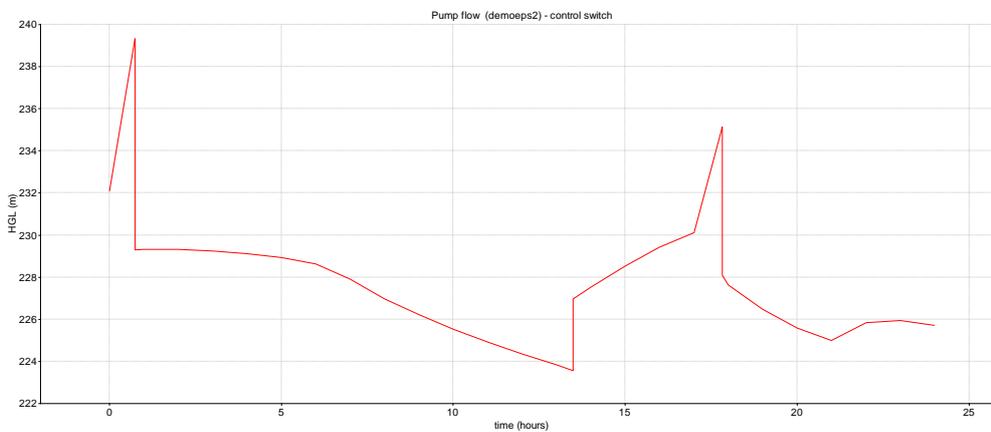
Só para lembrar: HGL será elevação + carga hidráulica. Se a elevação da bomba é 186m portanto, a bomba parte com 39 mca e para com 44m.



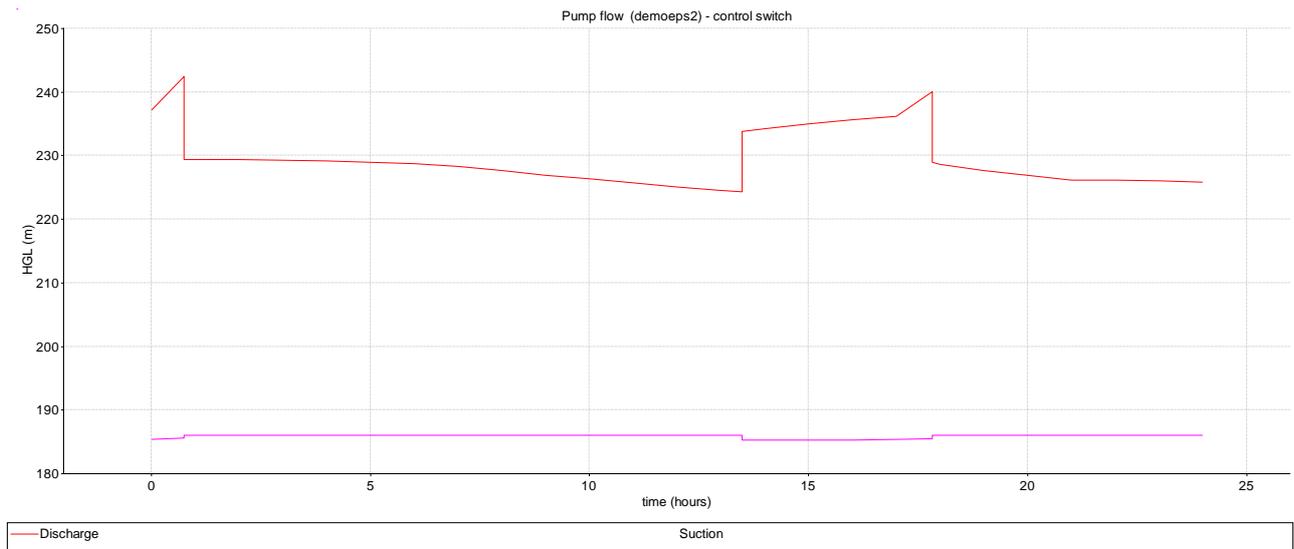


Gráficos resultantes da análise.

Pressões e vazões respectivamente relacionadas ao nó indicado acima.



## Gradientes hidráulicos relacionados a jusante da bomba



## Análise - Conclusões

Portanto, as pressões e vazões no sistema também variam...

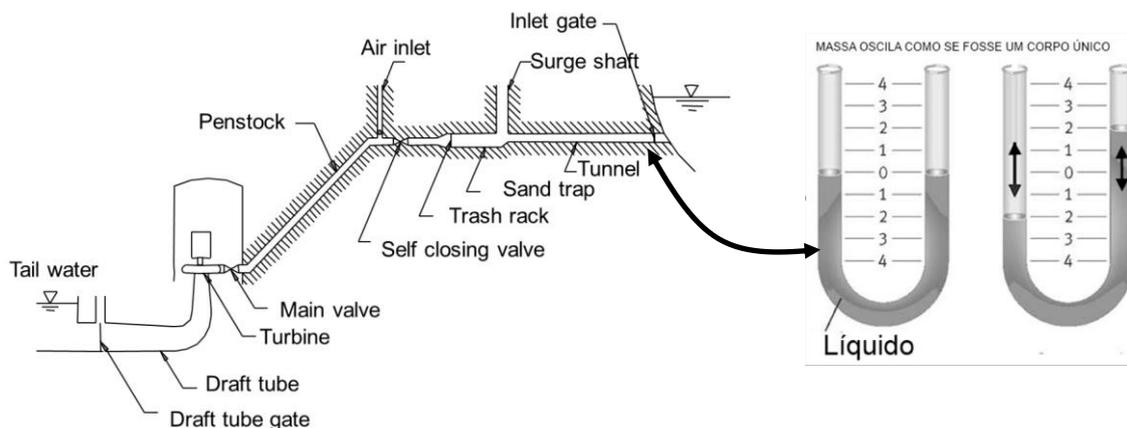
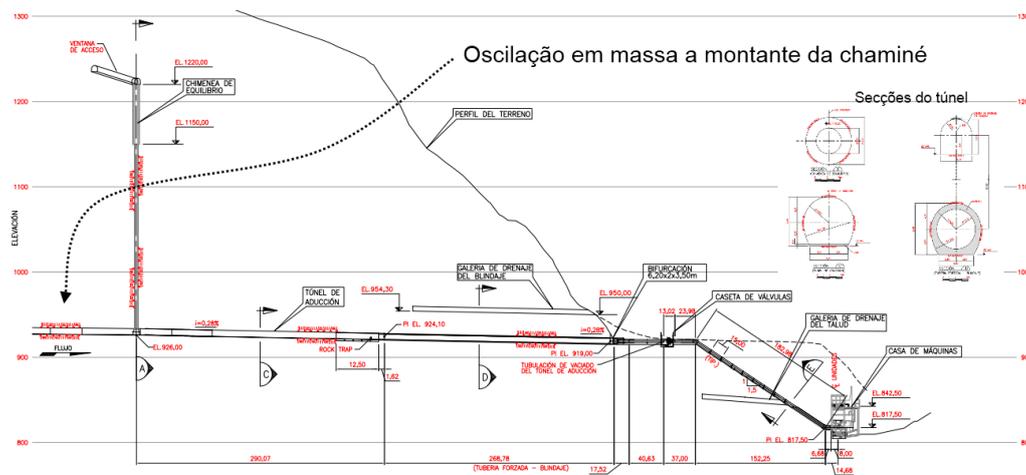
A ideia é avaliar as pressões e vazões no sistema.

1. Por que é preciso analisar as vazões nos hidrantes?
2. Por que é importante analisar a pressão máxima?
3. Por que é importante analisar a pressão mínima?
4. Contaminação é uma preocupação? Quais as regiões mais prováveis?
5. É importante a análise de rompimento de uma tubulação?
6. É possível o conhecimento destas variáveis sem um modelo?
7. Quanto ao cloro residual, é importante avaliar?

## "Teoria da coluna rígida"

A segunda categoria de fluxo instável é chamada "oscilação em massa". Baseada na teoria da coluna rígida, considera variações de fluxo graduais e movimentos transitórios lentos, assumindo-se que o fluido age como se fosse um corpo único e as propriedades elásticas da tubulação não provocam consequências.

As equações que governam o fenômeno são a da **conservação da massa** (balanço de fluxo) e a da **conservação do momentum**. Esta última é derivada da aplicação da segunda lei de Newton e resulta em condições similares, na conservação da energia, exceto que o lado direito da equação **não é igual a zero**, durante as condições transitórias.



## Teorema do transporte de Reynolds

“As leis da física não foram inventadas pelo homem, mas sim forçadas sobre ele pelo próprio mundo natural. São a expressão de uma ordem racional do mundo” ( Max Planck). As leis da física foram desenvolvidas para sistemas (massa). São aplicadas com sucesso para partículas e corpos rígidos.

Como um SISTEMA é por *definição*, uma porção arbitrária de matéria de identidade fixa, ele é constituído da mesma quantidade de matéria em todos os instantes. A conservação da massa exige que a massa  $M$  do sistema seja constante.

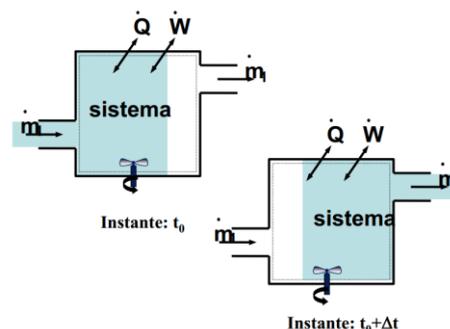
Numa base de taxas temos:

$$\left. \frac{dM}{dt} \right)_{\text{sistema}} = 0 \quad \text{Onde, } M_{\text{sistema}} = \int_{M(\text{sistema})} dm = \int_{\forall (\text{sistema})} \rho \cdot d\forall$$

Para um sistema movendo-se em relação a um referencial fixo, a segunda lei de NEWTON estabelece que a soma de todas as forças externas agindo sobre o SISTEMA é igual a taxa de variação de QUANTIDADE DE MOVIMENTO LINEAR do sistema.

$$\left. \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \right)_{\text{sistema}} \quad \text{Onde, } \vec{P}_S = \int_{M(\text{sistema})} \vec{V} \cdot dm = \int_{\forall (\text{sist})} \vec{V} \cdot \rho \cdot d\forall$$

No entanto, encontram-se dificuldades para a análise de sistemas em corpos que se deformam continuamente (Fluidos) ! É possível identificar, em qualquer instante, todas as partículas de fluido que compõe o sistema ao entrarem em um reator com agitação, transferência de calor e trabalho ?



É muito mais simples se ater a uma região no espaço (VOLUME DE CONTROLE), onde a massa pode cruzar sua fronteira.

O Teorema de Transporte de Reynolds (TTR) permite que se faça uma análise de um sistema a partir do conceito de VOLUME DE CONTROLE.

É usado para formulação das leis básicas da conservação... Conservação de quê? Da massa, do momentum e da energia utilizadas particularmente para dinâmica dos fluidos. O TTR também será utilizado para o desenvolvimento da equação que representa o fenômeno de **oscilação em massa**.

Ressaltando que na MECÂNICA DOS FLUIDOS é muito mais conveniente trabalhar com o conceito de VOLUME DE CONTROLE (região fixa) em vez de SISTEMA (massa fixa).

Há dois motivos básicos: Primeiro, é extremamente difícil identificar e seguir a mesma massa de fluido em todos os instantes, como deve ser feito para aplicar a formulação de SISTEMA. Segundo, o que interessa não é o movimento de uma dada massa de fluido, mas sim o efeito do movimento global do fluido sobre algum dispositivo ou estrutura (tal como uma curva de tubulação). Deste modo, é mais conveniente aplicar as leis básicas a um volume definido no espaço usando uma análise de VOLUME DE CONTROLE.

Portanto, é necessário relacionar as equações de SISTEMA e as correspondentes equações de VOLUME DE CONTROLE.

São necessárias algumas definições básicas para analisarmos os termos do teorema.

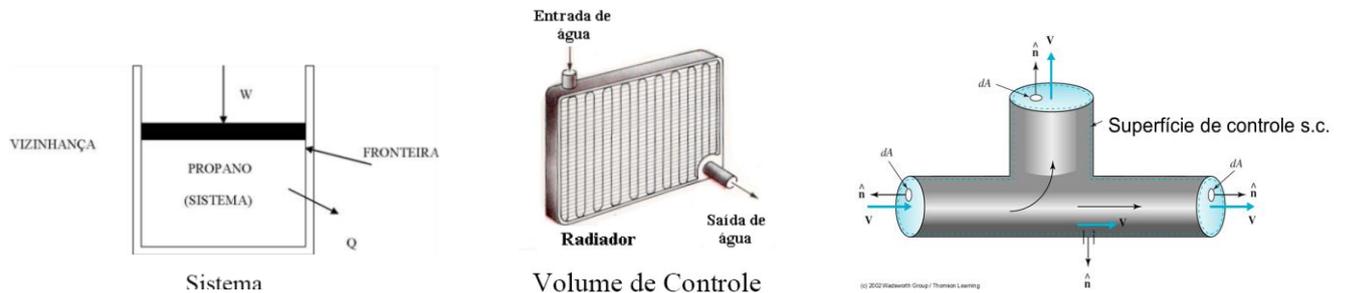
**Grandeza intensiva:** é qualquer grandeza associada a uma substância que seja independente da sua massa. (Ex. temperatura, velocidade, energia específica "e", energia potencial específica "z", etc.)

**Grandeza extensiva:** é aquela que depende da massa da substância (volume, energia cinética, energia potencial, etc.)

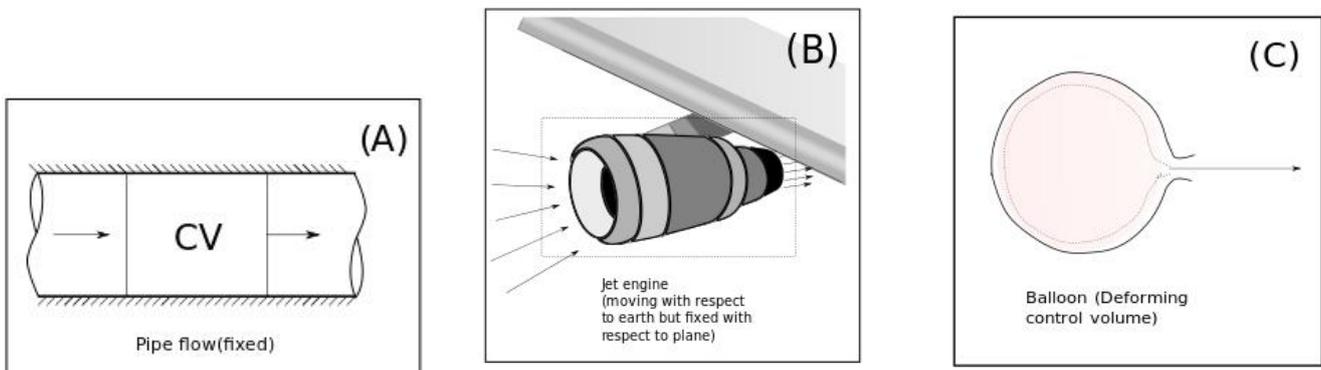
**Sistema:** É uma quantidade de matéria ( massa) com identidade fixa contida por uma fronteira e apresentando externamente uma vizinhança. Escolhemos como objeto de estudo...

**Volume de controle:** É uma região no espaço onde se deseja realizar a análise.

A sua fronteira com o meio externo é delimitada pela SUPERFÍCIE DE CONTROLE. Massa, força e energia podem cruzar a SUPERFÍCIE DE CONTROLE.



O VOLUME DE CONTROLE pode ser estacionário ou móvel no espaço; com fronteiras fixas, deformáveis ou qualquer outra combinação.



Usaremos o símbolo  $\mathbf{N}$  para representar qualquer uma das propriedades extensivas do sistema ou de uma forma mais simples, imaginemos  $\mathbf{N}$  como **certa quantidade de "coisa"** (*massa, momento angular, momento linear, energia ou entropia*) do sistema. A propriedade intensiva correspondente (propriedade extensiva por unidade de massa) será designada por " $\mathbf{n}$ ".

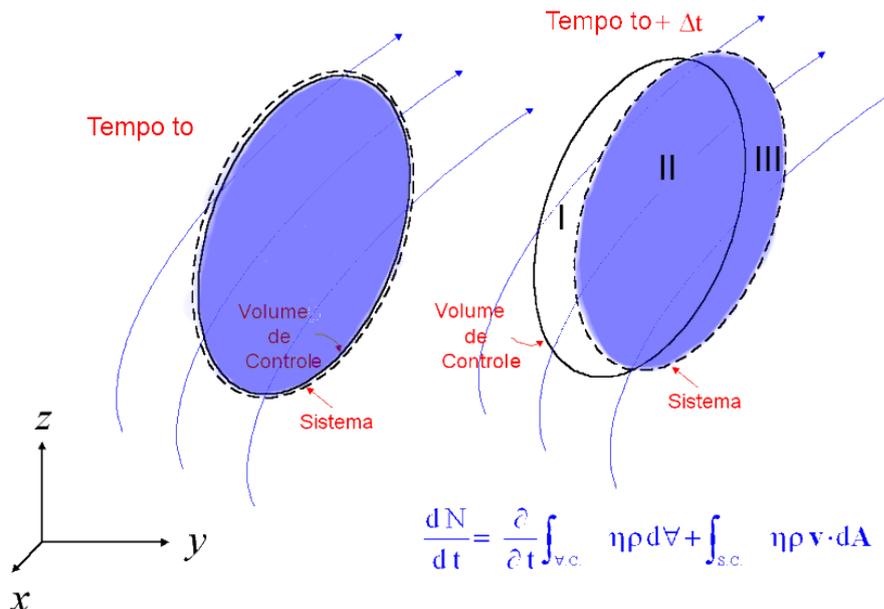
A ligação entre os conceitos de SISTEMA e VOLUME DE CONTROLE é dada por "Reynolds Transport Theorem" nomeado após Osborne Reynolds (1842-1912).

Vamos imaginar que selecionamos uma porção arbitrária de um fluido em escoamento no instante  $t_0$ , conforme figura abaixo e que tingimos esta porção com um corante azul. Esta forma inicial do sistema fluido é escolhida como nosso VOLUME DE CONTROLE o qual está fixo no espaço em relação às coordenadas xyz.

Após um tempo infinitesimal  $\Delta t$  o SISTEMA terá se movimentado (provavelmente modificado sua forma) para um novo local.

As leis discutidas anteriormente aplicam-se a esta porção de fluido, por exemplo, a massa será constante.

Examinando cuidadosamente a geometria do par SISTEMA/VOLUME DE CONTROLE em  $t=t_0$  e em  $t=t_0 + \Delta t$ , seremos capazes de obter a formulação das leis básicas para um VOLUME DE CONTROLE. (Derivação → INTRODUÇÃO A MECÂNICA DOS FLUIDOS; Robert W. Fox, Alan T. McDonald, Philip J. Pritchard)



### Interpretação Física

Lembre-se de que o nosso objetivo era obter uma relação geral entre a taxa de variação de qualquer propriedade extensiva arbitrária (N) de um sistema e as variações dessa propriedade associadas ao volume de controle.

$$\left. \frac{dN}{dt} \right)_{\text{sistema}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall c} \eta \cdot \rho \cdot d\forall + \int_{sc} \eta \cdot \rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{dA}$$

$$\left. \frac{dN}{dt} \right)_{\text{sistema}}$$

É a taxa de variação de qualquer propriedade extensiva (da quantidade de "coisa" por exemplo: massa, energia, etc.) arbitrária do sistema.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall c} \eta \cdot \rho \cdot d\forall$$

É a taxa de variação com o tempo da propriedade extensiva arbitrária (N) dentro do volume de controle.  $\eta$  é a propriedade intensiva relacionada a N;  $\eta=N$  por unidade de massa.

$\rho \cdot d\forall$  é um elemento de massa contido no volume de controle.

$$\int_{\forall c} \eta \cdot \rho \cdot d\forall$$

É a quantidade total de propriedade extensiva (N) dentro do volume de controle.

$$\int_{sc} \eta \cdot \rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{dA}$$

É a taxa líquida de fluxo da propriedade extensiva (N) através da superfície de controle.

$$\rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{dA}$$

É a taxa de fluxo de massa através do elemento de área  $dA$  (vetor) num dado instante.

$$\eta \cdot \rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{dA}$$

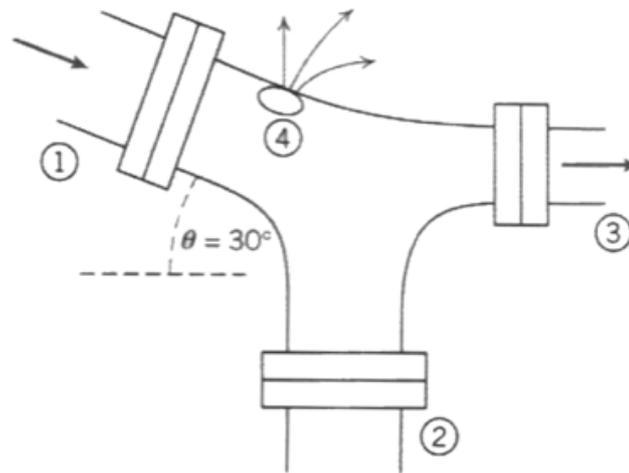
É a taxa de fluxo da propriedade extensiva (N) através da área  $dA$  (vetor).

Observe que  $\eta=1$  se avaliarmos a CONSERVAÇÃO DA MASSA;  $\eta=\mathbf{V}$  se avaliarmos o MOMENTUM, etc.

$\eta$  - Letra grega Eta

### Exemplo ilustrativo da APLICAÇÃO DO TTR

Considere o escoamento permanente de água em uma junção de tubos conforme mostrado no diagrama. As áreas das seções são:  $A_1=0,2 \text{ m}^2$ ,  $A_2=0,2 \text{ m}^2$  e  $A_3=0,15 \text{ m}^2$ . O fluido também vaza para fora do tubo através de um orifício em "4", com uma vazão volumétrica estimada em  $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ . As velocidades médias nas seções "1" e "3" são  $V_1=5 \text{ m/s}$  e  $V_3=12 \text{ m/s}$ , respectivamente. Determine a velocidade do escoamento na seção "2".



**PROBLEMA-EXEMPLO**

**DADOS:** Escoamento permanente de água através do dispositivo mostrado.

$$A_1 = 0,2 \text{ m}^2 \quad A_2 = 0,2 \text{ m}^2 \quad A_3 = 0,15 \text{ m}^2$$

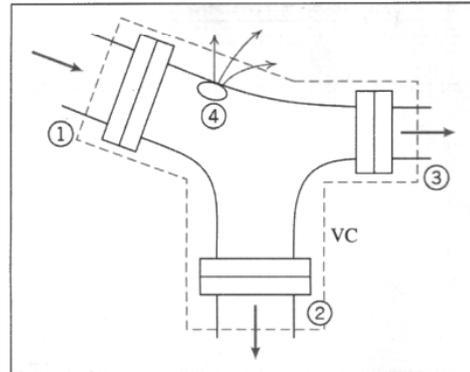
$$V_1 = 5 \text{ m/s} \quad V_3 = 12 \text{ m/s} \quad \rho = 999 \text{ kg/m}^3$$

Vazão em volume entrando em ④ = 0,1 m<sup>3</sup>/s

**DETERMINAR:** A velocidade na seção ②.

**SOLUÇÃO:**

Escolha um volume de controle fixo, conforme mostrado. Considere a hipótese de que o escoamento na seção ② é para fora e sinalize no diagrama (se esta hipótese for incorreta, o resultado final nos dirá).



Equação básica:

A equação geral para um volume de controle é a Eq. 4.12, porém podemos escrever imediatamente a Eq. 4.13 por causa da consideração (2),

$$\int_{SC} \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0$$

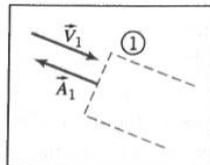
- Considerações:
- (1) Escoamento permanente (dado).
  - (2) Escoamento incompressível.
  - (3) Propriedades uniformes em cada seção.

A consideração (3) (e o uso da Eq. 4.14a para o vazamento) leva a

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{A}_1 + \vec{V}_2 \cdot \vec{A}_2 + \vec{V}_3 \cdot \vec{A}_3 + Q_4 = 0 \tag{1}$$

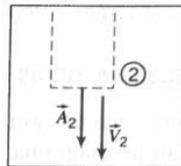
onde  $Q_4$  é a vazão mássica do vazamento para fora.

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{A}_1 = -V_1 A_1$$



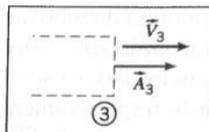
{ Sinal de  $\vec{V}_1 \cdot \vec{A}_1$  é negativo na superfície ① }

$$\vec{V}_2 \cdot \vec{A}_2 = +V_2 A_2$$



{ Sinal de  $\vec{V}_2 \cdot \vec{A}_2$  é positivo na superfície ② }

$$\vec{V}_3 \cdot \vec{A}_3 = +V_3 A_3$$



{ Sinal de  $\vec{V}_3 \cdot \vec{A}_3$  é positivo na superfície ③ }

$$-V_1 A_1 + V_2 A_2 + V_3 A_3 + Q_4 = 0$$

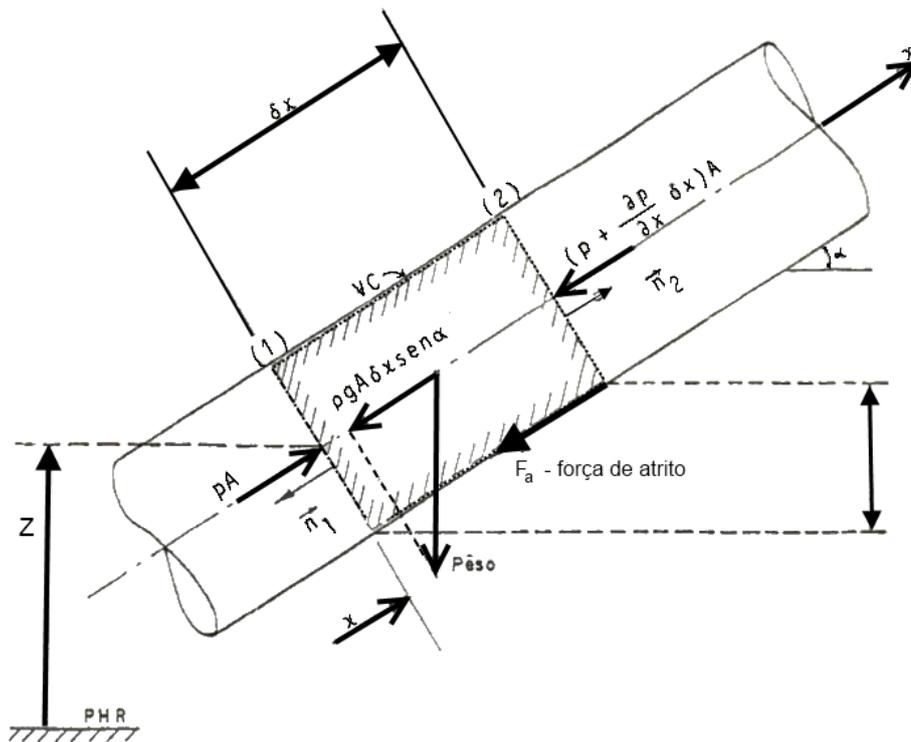
$$V_2 = \frac{V_1 A_1 - V_3 A_3 - Q_4}{A_2} = \frac{\frac{5 \text{ m}}{\text{s}} \times 0,2 \text{ m}^2 - 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 0,15 \text{ m}^2 - 0,1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{0,2 \text{ m}^2} = -4,5 \text{ m/s} \leftarrow V_2$$

Agora, vamos aplicar o TTR para encontrarmos a equação que descreve o fenômeno de oscilação de massa conhecido com o teorema da coluna rígida...

Considerações iniciais:

O escoamento é positivo na direção "x".

A massa específica do líquido é constante assim como também a área.



Aplicamos para o (VC) indicado na figura o TTR para conservação da massa e depois do momentum.

**Equação da Continuidade aplicada no TTR:**

$$\int_{SC} \rho \cdot (\vec{V} \cdot \vec{n}) \cdot dA + \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} \rho \cdot dV = 0$$

O líquido é incompressível? ...Portanto, a massa específica é...

As dimensões do volume de controle são fixas ( $A \cdot \delta x$ )

Qual o valor do segundo termo da equação?

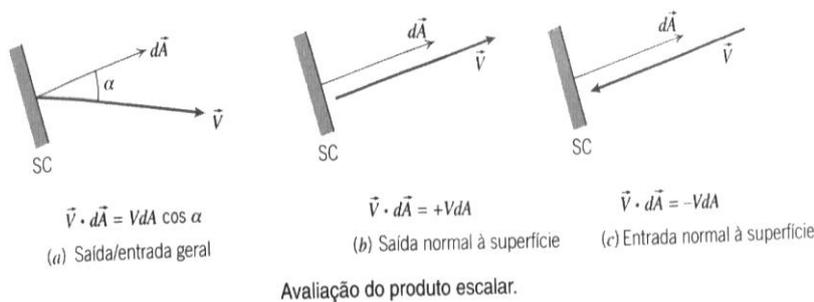
( $A_1=A_2=A$ ). Portanto, podemos escrever o primeiro termo da equação...

A velocidade  $V$  e a vazão  $Q$  são ou não são independentes da abscissa "x"

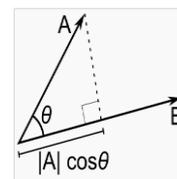
num dado instante "t"?

$$\int_{SC} \rho \cdot (\vec{V} \cdot \vec{n}) \cdot dA = -\rho \cdot V_1 \cdot A + \rho \cdot V_2 \cdot A = 0 \text{ ou } V_1 = V_2 = V$$

. Nota: Produto escalar - No estudo da Mecânica sabemos também que a projeção de uma grandeza vetorial como a força, velocidade, etc. sobre um eixo é uma grandeza escalar podendo ser dotados de sinais (+) e (-).



$$A \cdot B = \|A\| \|B\| \cos \theta$$



**Conclusão:** Conclui-se que toda a massa líquida contida na tubulação possui, a cada instante a mesma velocidade  $V$  que variará durante o transitório, igualmente para todas as seções.

A massa "oscilará" como se fosse um corpo sólido o que justifica o nome "oscilação em massa" para o fenômeno físico que se origina com o modelo rígido.

### Equação do Momentum (Projetada na direção de x)

$$\sum F_x = \int_{SC} \rho \cdot V_x \cdot (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho \cdot V_x \cdot dV \quad (1)$$

Observe que analisar o comportamento dinâmico, por intermédio do seu "Diagrama de Corpo Livre", consiste em isola-lo do sistema. Para isso substituímos a ação dos demais componentes sobre o corpo pelas forças que esses componentes exercem nele...

A equação do Momentum é apenas uma forma do **PRINCÍPIO FUNDAMENTAL** que enuncia a relação existente entre a **RESULTANTE NÃO NULA**, que age num ponto material num dado instante, com a correspondente aceleração que ele adquire.

$\sum F_x$  = a resultante das forças externas de contato (aplicada sobre a superfície de controle SC) e de campo (aplicadas na massa contida no VC), **no instante "t" considerado**.

#### FORÇA DE PRESSÃO

A força de pressão resultante será então:

$$-\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) \cdot \delta x \cdot A \quad (2)$$

#### FORÇA DE ATRITO

$$F_a = \tau_0 \cdot \pi \cdot D \cdot \delta x \quad (3)$$

#### FORÇA PESO

$$\rho \cdot g \cdot A \cdot \delta x \quad \text{Projetada em qual direção?...Portanto } \rho \cdot g \cdot A \cdot \delta x \cdot \text{sen}\theta \quad (4)$$

#### $\Sigma$ DAS FORÇAS (FORÇA RESULTANTE)

$$\sum F_x = -\left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \cdot g \cdot \text{sen}\alpha + \frac{\rho \cdot f \cdot V \cdot |V|}{2 \cdot D}\right) \cdot A \cdot \delta x \quad (5)$$

### ANÁLISE DOS MEMBROS E TERMOS

Analisando o primeiro termo do segundo membro verificamos que o fluxo de momentum indicado no primeiro termo do segundo membro da equação do momentum é nulo para o escoamento unidimensional pois, num dado instante  $t$ , a velocidade média é constante.

Para o segundo termo do segundo membro, o cálculo imediato é:

$$V_x = V \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho \cdot V_x \cdot dV = \rho \cdot A \cdot \delta x \cdot \frac{\partial V}{\partial t} = \rho \cdot A \cdot \delta x \cdot \frac{dV}{dt} \quad (7)$$

$$V = V(t) ; \quad \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{dV}{dt} \quad (8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \cdot g \cdot \text{sena} + \rho \frac{dV}{dt} + \rho \frac{f \cdot V \cdot |V|}{2 \cdot D} = 0 \quad (9)$$

$$H = \frac{p}{\rho \cdot g} + Z + \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (10)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{\rho \cdot g} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial x} + 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{\delta z}{\delta x} = \text{sena} \quad (12)$$

Portanto,

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \cdot g \cdot \text{sen} \alpha = \rho \cdot g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} \quad (13)$$

Substituindo (13) em (9) obtemos:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} + \frac{f}{2 \cdot g \cdot D} \cdot V \cdot |V| = 0$$

Ou alternativamente, notando que  $V=Q/A$  vem:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g \cdot A} \frac{dQ}{dt} + \frac{f}{2 \cdot g \cdot D \cdot A^2} Q \cdot |Q| = 0$$

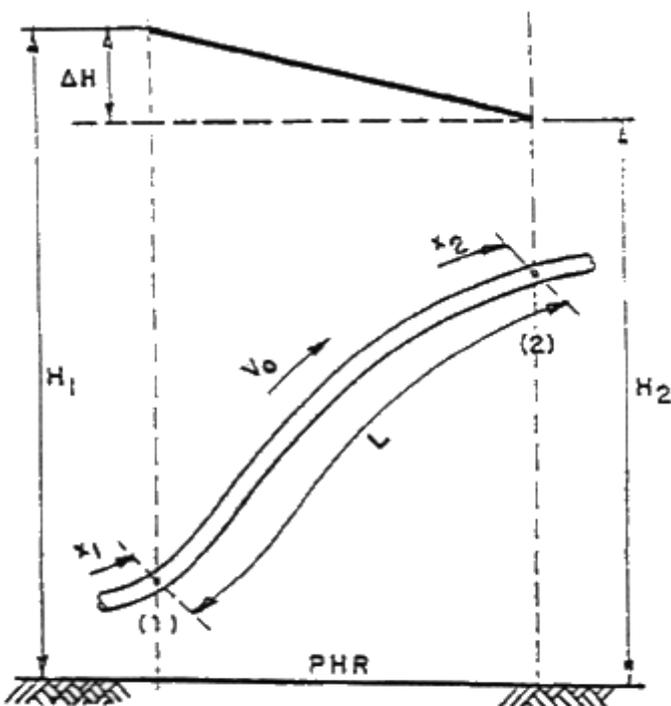
Esta equação traduz o comportamento transitório do escoamento de um líquido no interior de uma tubulação rígida e, para sua integração é necessário especificar as condições iniciais ( $t=0$ ) e de contorno  $f_1(Q, H) = 0$ ,  $p/x=x_1$ , e  $f_2(Q, H) = 0$   $p/x=x_2$ , que definem o problema a resolver.

A solução do transitório na tubulação é indicada pelas funções,  $p(x, t)$  ou  $H(x, t)$  e,  $V(x, t)$  ou  $Q(x, t)$ . Deve-se ressaltar que em problemas de transitórios hidráulicos, analisados com o modelo rígido, **a atenção está geralmente focalizada nos extremos do conduto (contornos)  $x=x_1$  e  $x=x_2$** . Nestes extremos estarão localizados dispositivos tais como chaminés de equilíbrio e reservatórios hidropneumáticos que se pretende dimensionar. Estes definirão as cargas extremas na tubulação tornando quase sempre, de maior interesse a determinação de variáveis ligadas a tais dispositivos.

**REGIME PERMANENTE É UM CASO DA EQUAÇÃO FUNDAMENTAL**

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g.A} \frac{dQ}{dt} + \frac{f}{2.g.D.A^2} \cdot Q \cdot |Q| = 0$$

Verificando a equação para o regime permanente  $V_0$ :



$$H = H(x) ; \frac{dV}{dt} = 0$$

Portanto... (\* dx)

$$\frac{dH}{dx} + \frac{f}{2.g.D} \cdot V_0 |V_0| = 0$$



$$\int_{H_1}^{H_2} dH + \frac{f}{2.g.A} V_0 |V_0| \int_{x_1}^{x_2} dx = 0$$

Linha de Carga  
(Energia) no  
Regime Permanente.

$$\Delta H = H_1 - H_2 = f \cdot \frac{L}{D} \frac{V_0^2}{2g}$$

## ANÁLISE DA EQUAÇÃO FUNDAMENTAL

Vamos integrar a equação fundamental em  $dx$ , num dado instante  $t$ , ao longo do conduto  $L$ , em que (1) é a seção de montante e (2) é a seção de jusante, resulta em:

$$\int_{x1}^{x2} \frac{\partial H}{\partial X} dx + \int_{x1}^{x2} \frac{1}{g.A} \frac{dQ}{dt} dx + \int_{x1}^{x2} \frac{f}{2.g.D.A^2} \cdot Q \cdot |Q| \cdot dx = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial x}$$

Note que o este termo é somente função do tempo pois, para dado instante a vazão  $Q$  independe de "x". ( i.é em cada instante) a linha de carga é uma reta de inclinação:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \left( \frac{H_2 - H_1}{L} \right)$$

$$(H_2 - H_1) + \frac{L}{gA} \cdot \frac{dQ}{dt} + \frac{f.L}{2gDA^2} Q \cdot |Q| = 0$$

Na equação acima, verifica-se claramente que a diferença de carga ( $H_2 - H_1$ ) nos extremos do conduto é utilizada para acelerar o líquido no seu interior e vencer os atritos. Trata-se de uma equação diferencial ordinária nas incógnitas  $H_2$ ,  $H_1$  e  $Q$  que, para determinadas condições iniciais formam, com as equações que traduzem as condições de contorno nos extremos de montante e de jusante, um sistema de equações para a determinação de  $H_1(t)$ , carga a montante,  $H_2(t)$ , carga a jusante, e  $Q(t)$ , vazão na tubulação.

### CASO IDEAL SEM ATRITO

$$(H_2 - H_1) = -\frac{L}{gA} \cdot \frac{dQ}{dt} = -\frac{L}{g} \cdot \frac{dV}{dt}$$

Observe que, usando a teoria da coluna rígida o gradiente hidráulico pode ser estabelecido para cada instante de tempo. A inclinação instantânea indica o gradiente hidráulico entre os extremos da tubulação, o que representa também a carga necessária para vencer o atrito e as forças inerciais. Para o caso de redução de fluxo ( $dQ/dt < 0$ ) a inclinação é reduzida.

$$H_1 - H_2 = \frac{fL}{2gDA^2} |Q|Q + \frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt}$$

$H_1$  = total head at position 1 in a pipeline (ft, m)

$H_2$  = total head at position 2 in a pipeline (ft, m)

$f$  = Darcy-Weisbach friction factor

$L$  = length of pipe between positions 1 and 2 (ft, m)

$g$  = gravitational acceleration constant (ft/s<sup>2</sup>, m/s<sup>2</sup>)

$D$  = diameter (ft, m)

$A$  = area (ft<sup>2</sup>, m<sup>2</sup>)

$Q$  = flow (cfs, m<sup>3</sup>/s)

$dQ/dt$  = derivative of  $Q$  with respect to time

### TRANSIENTES HIDRÁULICOS

Segundo o professor J. Paul Tullis, projetar uma tubulação para operar em condições de regime permanente envolve aplicação de princípios bem estabelecidos e bastante conhecidos. Os grandes problemas com tubulações estão associados geralmente a cavitação e aos transientes.

Para tubulações muito longas em terreno montanhoso, o momento mais crítico deste sistema pode ser o enchimento inicial ou eventualmente enchimentos "parciais" diários considerando nossa realidade (ex.: Enchimentos "parciais" após a parada do sistema em horário de ponta).

Os transientes provocados durante enchimento podem exceder facilmente a classe de pressão dos tubos.

Analisar um sistema e antecipar a magnitude dos transientes é mais complicado do que analisar o regime permanente. Esta é a razão porque muitas tubulações falham.

### **Definições:**

O termo transiente hidráulico refere-se a qualquer fluxo variável. Ele pode se referir a situações onde as condições estão continuamente variando com o tempo ou a transição de fluxo de um estado ou condição para outra.

Quanto maior e mais rápida esta mudança ocorrer, maior será o transiente de pressão.

Se a tubulação não é projetada para suportar os transientes hidráulicos ou se seu controle não foi incluído para limitar o aumento de carga, o resultado será a ocorrência de danos a equipamentos ou ruptura da tubulação.

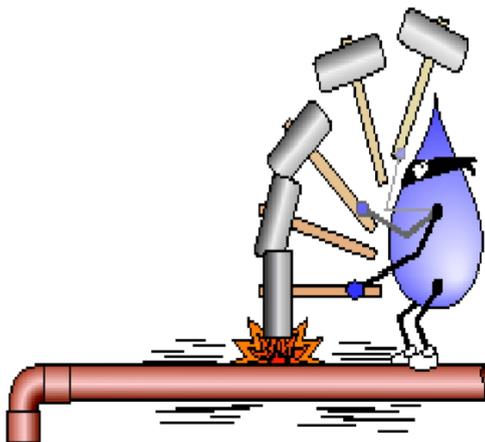
## Eventos transientes hidráulicos

Transiente hidráulico possui sua origem nas manobras que introduzem perturbações nas tubulações com fluido durante uma mudança de estado (velocidade). Normalmente de um estado em regime permanente (equilíbrio) para outro estado de equilíbrio.

Os componentes principais das perturbações são mudanças de vazão e pressão, que se iniciam em um ponto, e que causam propagação de ondas de pressão em toda a rede de distribuição. As ondas de pressão viajam com a velocidade do som (acústica ou velocidade sônica). Estas dependem da compressibilidade da água e elasticidade das tubulações. Estas ondas, durante a sua propagação, criam transientes de pressão e vazão. Ao longo do tempo, as ações de amortecimento e fricção reduzem as ondas de pressão até o sistema estabilizar em um novo estado de equilíbrio.

Normalmente, apenas mudanças extremamente lentas de vazão podem resultar em transições suaves de um estado para outro sem grandes flutuações de pressão e vazão.

Em geral, qualquer perturbação no fluido, gerada durante uma mudança nas condições médias de vazão, irá iniciar uma sequência de pressões transitórias (ondas) no sistema de distribuição de água. Distúrbios são normalmente originados nas alterações ou ações que afetam dispositivos hidráulicos ou condições de contorno. Nota: Quando estivermos nos referindo a fluidos, usaremos o termo genérico "Transientes Hidráulicos". Se o fluido é a água, o termo "Golpe de Ariete" ou no idioma inglês "water hammer" também poderá ser utilizado.





# ANOTAÇÕES

## Causas de Transitórios Hidráulicos

Listamos abaixo alguns eventos típicos que demandam considerações sobre transientes, incluindo -se :

1. Partida e parada de bombas.
2. Abertura ou fechamento de válvulas
3. Alterações das pressões nos limites do sistema. Ex.: Ajustes do nível de água em reservatórios, mudanças de pressão nos tanques pressurizados, etc.
4. Rápidas mudanças nas demandas. Ex.: Abertura de um hidrante para combate a incêndios.
5. Alterações nas tubulações principais. Por exemplo, rompimento na tubulação principal ou congelamento de linhas.
6. Enchimento ou esvaziamento de tubulações e expulsão de ar das tubulações.
7. Operação de válvula de retenção, ventosas, válvulas redutoras de pressão, válvulas de alívio, válvulas de controle de nível tipo diferencial, altitude, etc.
8. Ar preso nas tubulações.
9. Mudança na demanda de carga das turbinas.
10. Etc.

Potencialmente, estes distúrbios podem criar graves consequências para as concessionárias de água, se não forem devidamente reconhecidos e considerados através de uma análise e de um projeto apropriado com as devidas considerações operacionais.

Sistemas hidráulicos devem ser projetados para suportar tanto operações normais e anormais e serem salvaguardados para lidar com eventos adversos externos, tais como falha de energia e rompimentos de tubulações (Comunicação privada por Boulos et al. 2004).



**Nota 1:** Todas as tubulações mais cedo ou mais tarde, sofrerão os efeitos dos transientes hidráulicos. Se as tubulações vão resistir ou não, dependerá da magnitude das forças aplicadas e da capacidade da tubulação para tolerar as pressões sem danos. No nosso dia a dia, as análises na sua grande maioria, quando são feitas, não alocam TODAS AS PRINCIPAIS medidas necessárias para controlar os transientes nas tubulações (enchimento, esvaziamento, controle de válvulas, rompimentos de tubulação, variação de velocidade das máquinas, verificação do comportamento dinâmico de retenções e ventosas, etc.)

O conhecimento das tecnologias envolvidas no processo possui uma papel importantíssimo no sucesso da aplicação. "Engenheiro trabalha com os detalhes e não com os conceitos", quando especificar, saiba o que está fazendo... (**Francisco Veiga**)

**Nota 2:** O engenheiro de projetos e o proprietário dos sistemas devem buscar referências de sucesso nas aplicações de tecnologia principalmente, nos países mais desenvolvidos. Precisamos "eliminar" o estigma de que tecnologia é sinônimo de país rico e que devido as nossas limitações em recursos humanos e financeiras, devemos buscar soluções retrogradadas, ineficientes e caras, se considerarmos o problema de uma forma holística. O conceito de "Custo do proprietário", "Ciclo de vida", "Confiabilidade", etc. deveriam ser princípios norteadores dos projetos, são conceitos associados a uma avaliação global e não local... Existe um abismo entre produção de ciência, desenvolvimento de tecnologia e sua aplicação. Milhões são gastos em pesquisas e desenvolvimento, porém há um apagão tecnológico no nosso mercado.

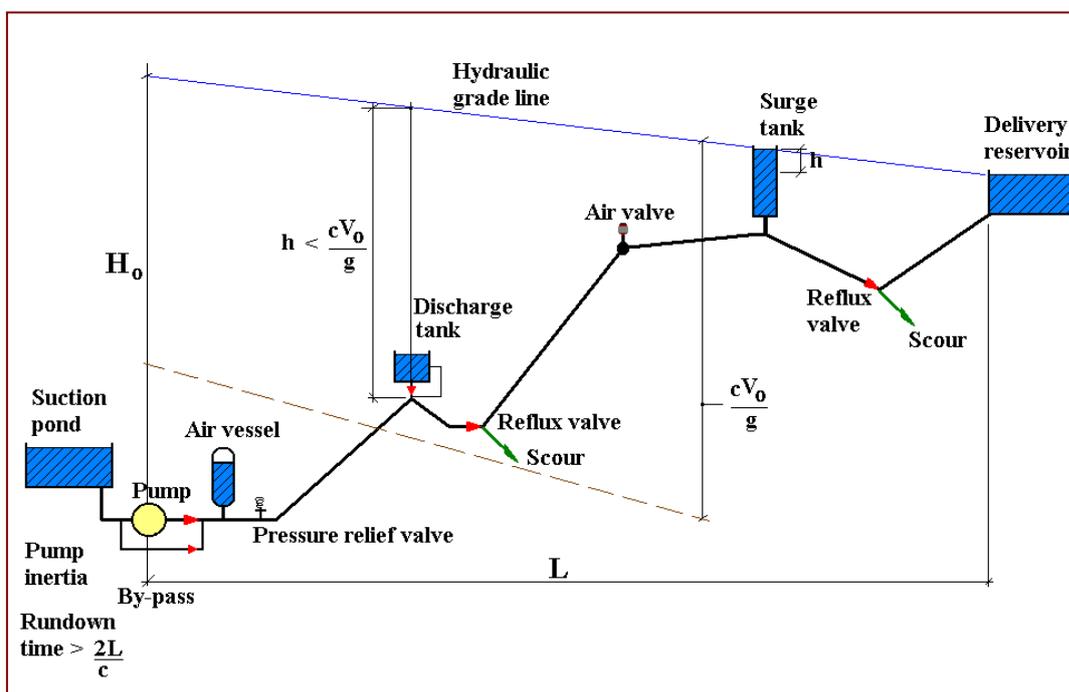
O projeto, que representa, "o início de tudo", deve sofrer mudanças consideráveis. Não é possível sobreviver com perdas totais de até 44 %! (em alguns casos, perdas até maiores...) Os sistemas devem ser modelados e os mais complexos devem ser operados com o auxílio de sistema SCADA, uma ferramenta imprescindível para tomada de decisões, e para um amplo conhecimento do sistema. As medidas para o controle de perdas e

qualidade de água devem nascer no projeto e não a partir de uma adaptação operacional. Estamos muito atrasados neste contexto e devemos estar atentos ao fato de que, não trata de falta de recursos financeiros! O problema é capacitação !. (**Francisco Veiga**)

### MÉTODOS PARA CONTROLAR OS TRANSIENTES

Se a análise dos transientes indica a existência de problemas, o engenheiro tem disponíveis as seguintes soluções:

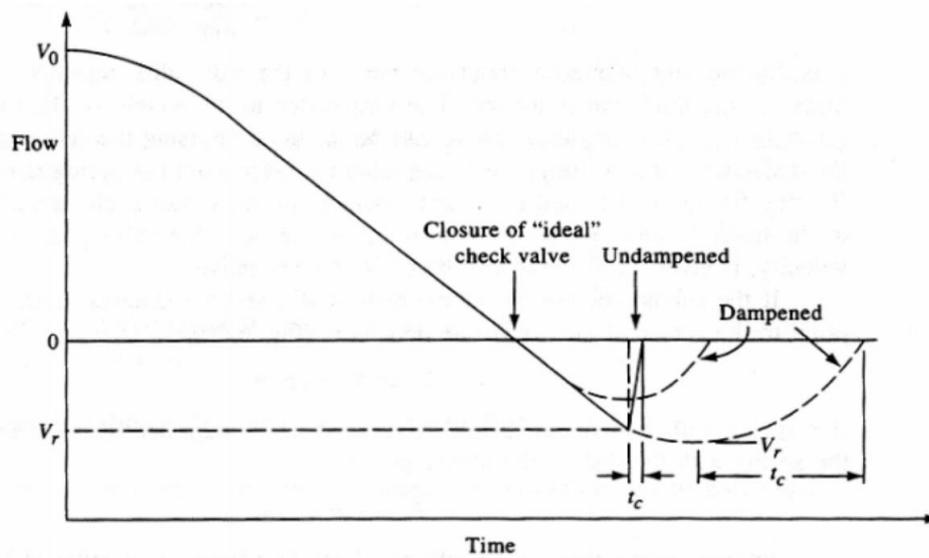
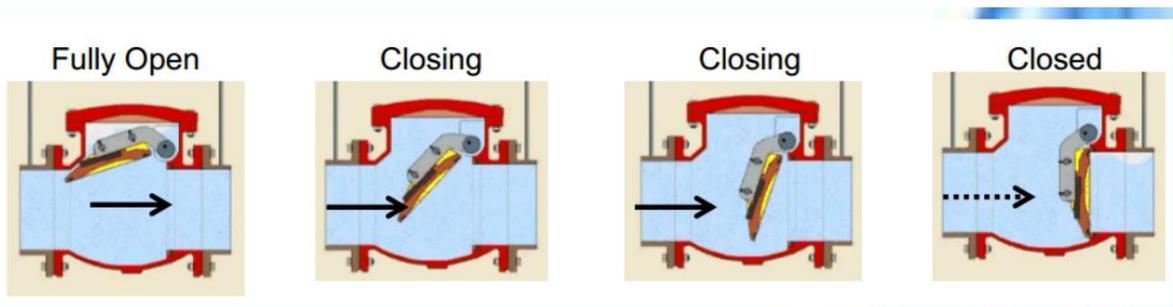
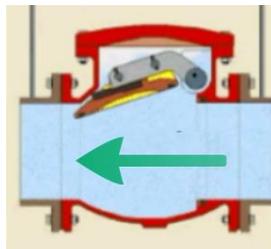
1. Modificação do tempo de manobra.
2. Gerenciar o enchimento, esvaziamento e remoção do ar da tubulação.
3. Aumentar a classe de pressão dos tubos.
4. Limitar a velocidade de fluxo.
5. Reduzir a velocidade das ondas de pressão mudando material, tipo de tubulação ou injetando ar.
6. Uso de válvulas de alívio, RHO, chaminés, etc.

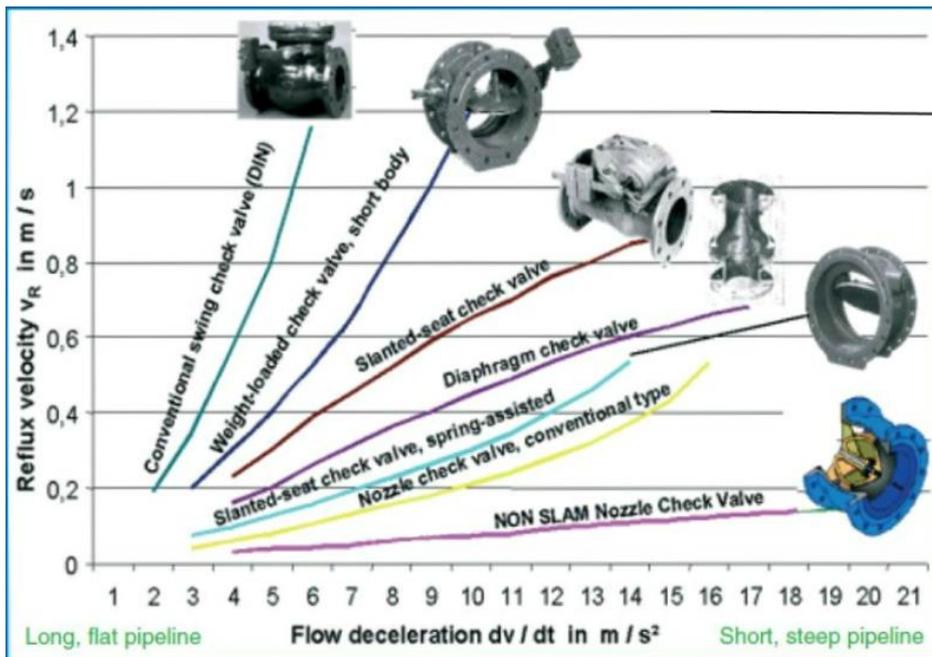
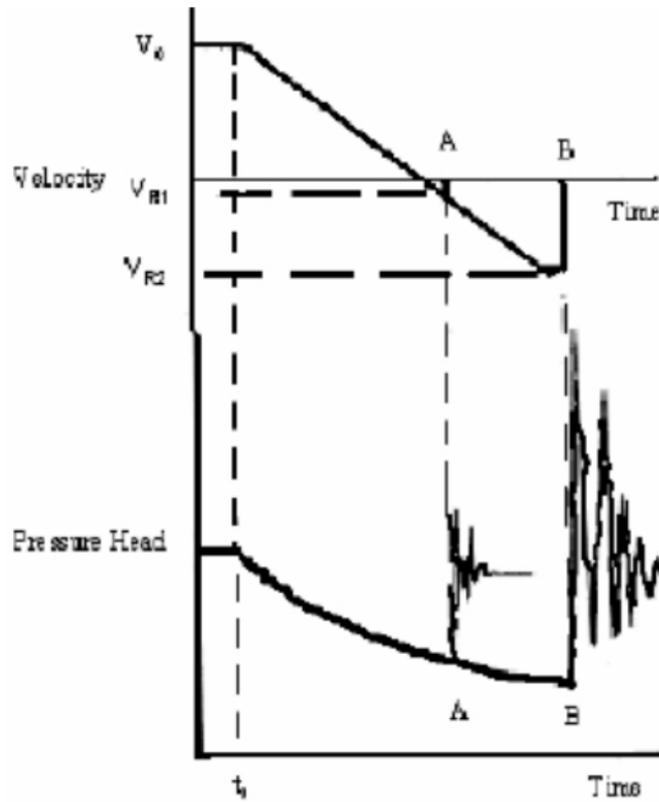


## Válvula de retenção

Este tema será apresentado verbalmente.

Abaixo, apenas as principais figuras e gráficos.





## Equações básicas dos transientes

Vamos desenvolver a equação que descreve o aumento de pressão  $\Delta H$  causado pela mudança rápida da velocidade. Aplicaremos a variação do momentum para um volume de controle de uma seção de tubulação, onde a mudança de vazão esteja ocorrendo.

Considere uma tubulação sem atrito entre o reservatório e uma válvula, conforme figura abaixo.

Observe que a carga total do reservatório é dissipada pela válvula uma vez que estamos ignorando o atrito. Assumimos que a tubulação é horizontal e não há atrito. Isto permite o entendimento das ondas de pressão, mas não limita o desenvolvimento da equação!

**NOSSO OBJETIVO É OBTER  $\Delta H$  EM FUNÇÃO DE "a"...**

Considere o caso do fechamento parcial da válvula que reduz instantaneamente a velocidade em  $\Delta V$ . A redução da velocidade **só pode** ser acompanhada por um aumento da pressão na válvula. Isto cria uma onda de pressão de magnitude  $\Delta H$  que viaja pela tubulação com uma velocidade acústica "a" como indicado na figura 1A. O aumento da pressão comprime o líquido e expande a tubulação.

A figura 1B mostra a equação da variação de momentum aplicada a um volume de controle em uma seção de uma tubulação, na qual uma onda de pressão está passando.

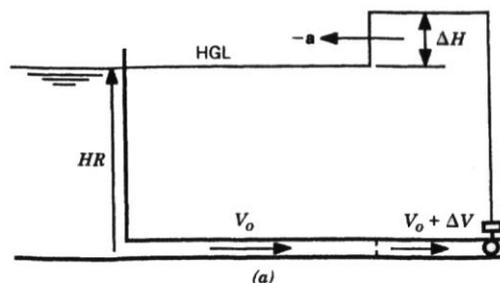


Figura: 1A

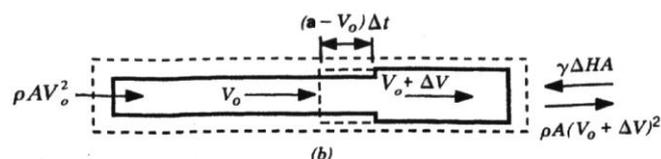


Figura: 1B

Volume de controle para um fechamento de válvula

A expansão da tubulação e o aumento da densidade são pequenos se comparados com outras mudanças e podem ser ignorados. A resultante de forças agindo sobre o volume de controle na direção positiva da vazão é  $-\gamma \cdot \Delta H \cdot A$ . O fluxo de momentum resultante através do volume de controle é  $\rho \cdot A (V_0 + \Delta V)^2 - \rho \cdot A \cdot V_0^2$ , o qual é reduzido a  $2 \cdot \rho \cdot A \cdot V_0 \cdot \Delta V$  ignorando o termo  $\Delta V^2$ .

Num tempo  $\Delta t$ , a onda de pressão viajando a uma velocidade absoluta  $a - V_0$  desloca-se uma distância  $(a - V_0) \cdot \Delta t$ . O momentum dentro deste trecho de tubulação foi reduzido porque a velocidade foi reduzida. A massa de fluido afetada foi  $\rho \cdot A (a - V_0) \cdot \Delta t$ .

O taxa de variação do momentum dentro do volume de controle é o produto de  $(\Delta V)$  variação de velocidade pela massa de fluido que teve sua velocidade mudada em  $\Delta t$  segundos,  $\rho \cdot A (a - V_0) \cdot \Delta t \cdot \Delta V / \Delta t$  ou  $\rho \cdot A (a - V_0) \cdot \Delta V$ . Substituindo estes vários termos na equação do momentum teremos :

$$-\gamma \cdot \Delta H \cdot A = 2 \cdot \rho \cdot A \cdot V_0 \cdot \Delta V + \rho \cdot A (a - V_0) \cdot \Delta V \quad (1c)$$

Ou

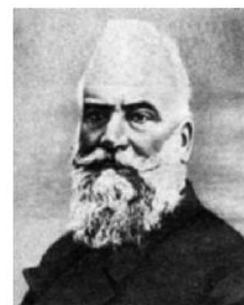
$$\Delta H = -\frac{a \cdot \Delta V}{g} \left( 1 + \frac{V_0}{a} \right) \quad (2c)$$

Uma vez que, para muitas aplicações a celeridade "a" é centenas de vezes maior do que a velocidade do fluido na tubulação, o termo  $V_0/a$  pode ser desprezado da equação.

Portanto, considerando esta limitação, o aumento de carga transitória devido a uma mudança incremental na velocidade é:

$$\Delta H = -\frac{a \cdot \Delta V}{g} \quad (3c)$$

$A \gg V$



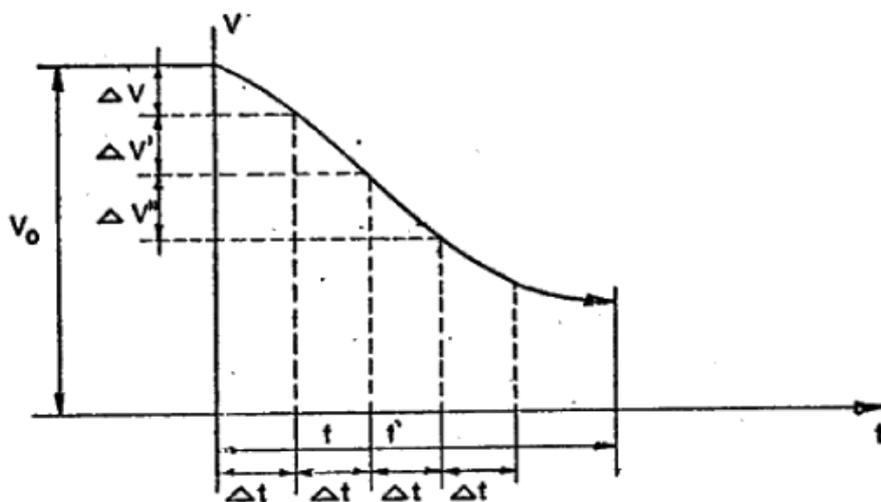
Nikolai Egorovich Joukowski

Podemos utilizar esta equação para múltiplas mudanças de velocidades incrementais, desde que a primeira onda não reflita de volta no extremo oposto e atinja o ponto de origem da perturbação.

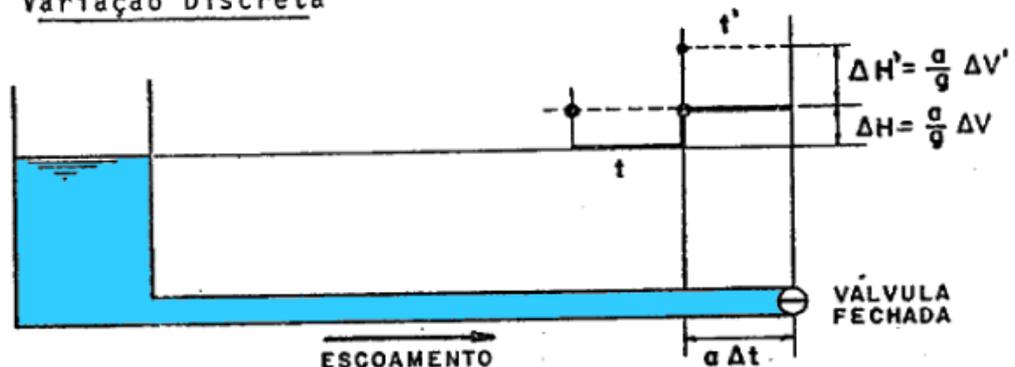
Portanto, a equação acima poderá ser escrita...

$$\Sigma \Delta H = \frac{-\Sigma a \cdot \Delta V}{g} \quad (4c)$$

$A \gg V$



Varição Discreta



## Propagação de ondas sem o atrito

Uma limitação para a aplicação da equação anterior é que esta é válida até o momento que a onda de pressão reflita de volta na localização onde  $\Delta V$  foi gerado.

Para explicar a propagação e reflexão de ondas de pressão, será discutida uma sequência de eventos causada pelo fechamento da válvula no final da tubulação, conectada a um reservatório. Para simplificar o problema, a tubulação possui *diâmetro constante*, é feita com o *mesmo material* e *classe de pressão* e, não existem acidentes (*perdas de carga localizadas*) que possam causar reflexão. A perda de carga distribuída pode ser considerada insignificante.

A figura seguinte mostra o regime permanente com o gradiente hidráulico (HGL) para um tubulação e comprimento  $L$  a velocidade inicial  $V_0$  no tempo  $t_0$ .

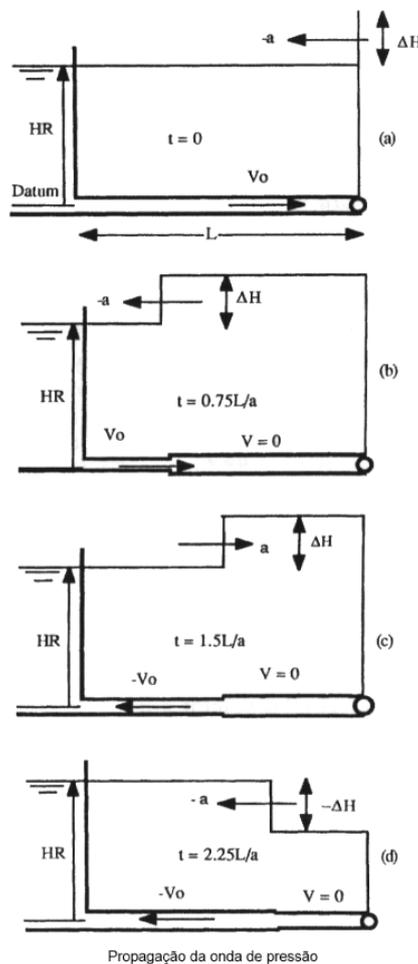
Se a válvula fechar instantaneamente em  $t=0$ , o aumento da carga  $\Delta H$  é calculado com a equação anterior (Joukowsky), considerando  $\Delta V = -V_0$ . O líquido imediatamente a montante da válvula para e o aumento da pressão causa um pequeno aumento de ambos: da densidade do líquido e do diâmetro da tubulação. A onda de pressão viaja para montante com velocidade acústica " $a$ ". Atrás da onda, o HGL é aumentado em  $\Delta H$  e a velocidade do líquido é **Zero**. Na frente da onda a velocidade do fluxo é correspondente ao regime permanente. A massa de fluido que entra na tubulação, enquanto a onda viaja até o reservatório, é consequência da expansão da tubulação mais a massa correspondente ao aumento na densidade do líquido.

No tempo  $L/a$  a onda alcança o reservatório. A pressão na vizinhança do reservatório é  $H_R + \Delta H$ , a velocidade é zero ao longo da tubulação, o líquido está comprimido e a tubulação está expandida. Na entrada da tubulação, a carga no reservatório é ainda  $H_R$ . O sistema está desequilibrado e a tubulação se comportará como uma mola comprimida causando o retorno do fluxo na direção do reservatório com velocidade inicial =  $-V_0$ . A velocidade reversa é igual a velocidade inicial porque o atrito foi ignorado e a equação acima ainda pode ser aplicada.

Uma onda negativa de pressão  $-\Delta H$  viaja em direção a válvula com velocidade "a". Isto causa a redução de pressão para **HR** assim como o retorno da densidade e diâmetro da tubulação às condições originais. Na frente da onda a carga permanece constante com o valor de **HR+ΔH** e a velocidade é **zero**.

Quando a onda de pressão alcança a válvula no  $t=2.L/a$ , por um instante a velocidade em todo o sistema é  $-V_o$ . A carga é **HR** e a densidade e o diâmetro da tubulação encontram-se com seus valores originais. A massa de fluido descarregada no reservatório durante o período entre  $t=L/a$  e  $t=2.L/a$  é igual a acumulada durante o período  $t= L/a$  segundos.

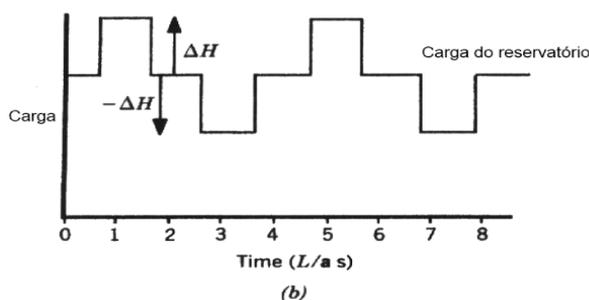
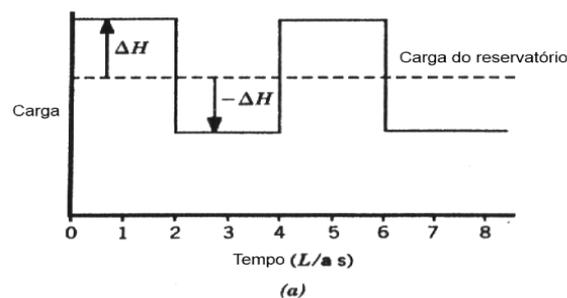
Em  $t=2.L/a$ , o líquido na válvula tenta acelerar em direção ao reservatório com velocidade  $-V_o$ . Uma vez que a válvula está fechada e ignorando a possibilidade de ruptura do líquido devido a vaporização, a velocidade na válvula fechada precisa ser ZERO em todos os tempos.



A válvula aplicará uma tensão sobre o fluido evitando que o mesmo acelere com velocidade  $-V_0$  causando a redução da carga para  $-\Delta H$  como previsto na fórmula (3C). A onda negativa viaja com velocidade sônica em direção ao reservatório. Atrás da onda a pressão é  $HR-\Delta H$ ; o diâmetro da tubulação e a densidade decrescem um pouco. A frente da onda o líquido continua a se mover com  $-V_0$  em direção ao reservatório. Em  $t=3.L/a$ , a onda alcança o reservatório.

A pressão na tubulação é  $-\Delta H$ , abaixo da pressão do reservatório e a velocidade é momentaneamente ZERO, em todos os lugares. Este desequilíbrio de pressões causa a entrada de fluido do reservatório para a tubulação com velocidade  $V_0$  e o retorno do gradiente hidráulico para HR. Esta onda positiva de pressão viaja em direção a válvula. Atrás da onda os valores de velocidade e a pressão estão conforme o regime permanente. Em  $t=4.L/a$ , a onda atinge a válvula estabelecendo momentaneamente, condições iguais ao regime permanente e o processo se repete com um período de  $T=4.L/a$

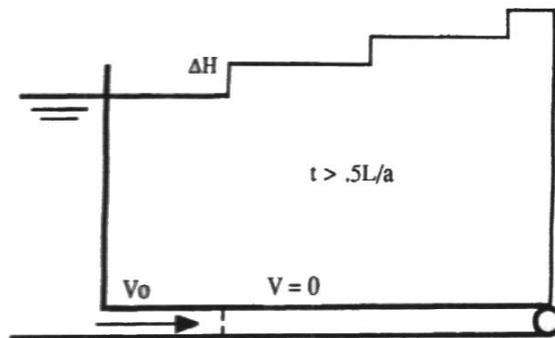
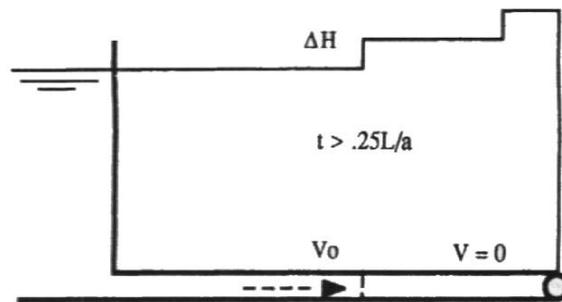
Para sistemas reais com atrito, a onda quadrada rapidamente se torna um onda de forma senoidal atenuada como o tempo. Esta atenuação é causada pela perda de energia devido ao atrito, expansão da tubulação e compressão do fluido.



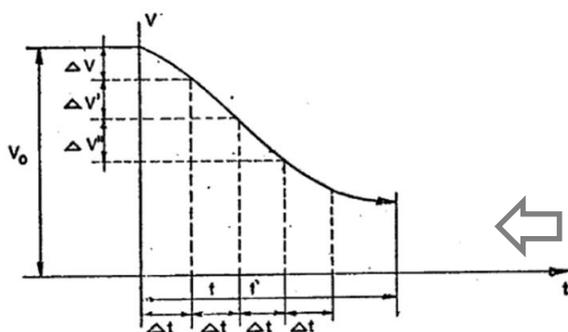
a) Carga x tempo no local da válvula para fechamento da válvula  
 b) Carga x tempo, num ponto médio na tubulação para fechamento da válvula

Considere um novo caso com a parada total do fluxo reduzindo a velocidade em **três (03)** incrementos cada um com  $t = 0.25 L/a$  portanto,  $\Delta H = -a \cdot (-0.33 \cdot V_0) / g$ .

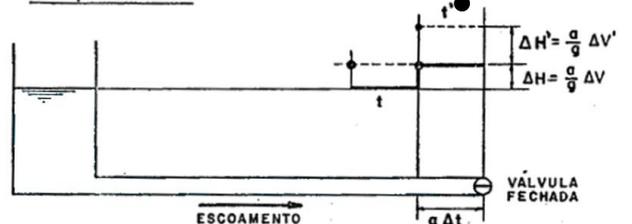
A velocidade será ZERO atrás da terceira onda e o aumento de carga será a soma dos incrementos de carga gerados por cada manobra ou  $\Delta H = a \cdot V_0 / g$



HGL para fechamento da válvula em etapas



Variação Discreta



## Propagação de ondas com atrito

Uma vez que todos os sistemas possuem atrito, as ondas de pressão geradas pelo fechamento de uma válvula sofrerão atenuação. As perdas de energia causadas pela expansão da tubulação, compressão do fluido e ar aprisionado na tubulação causam atenuação.

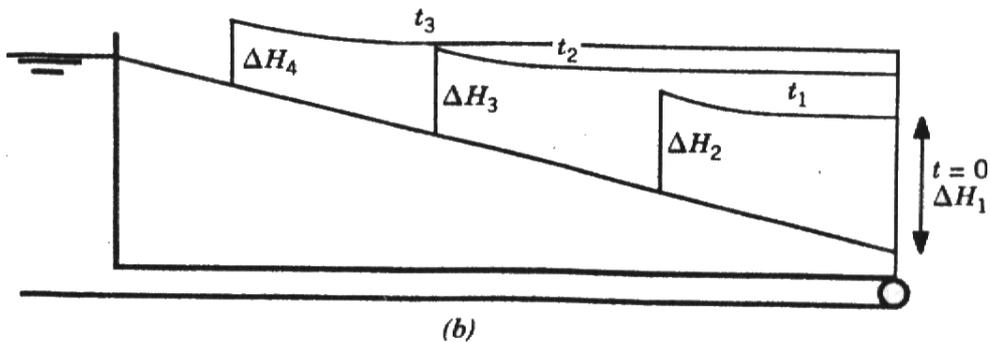
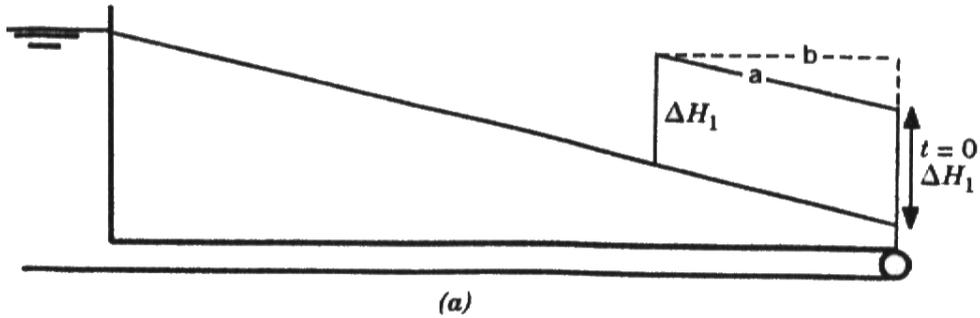
Para entender o processo de atenuação veja a figura a seguir. Esta mostra que essencialmente toda a carga é dissipada em atrito. O processo é facilmente explicado considerando que a carga transitória  $\Delta H$  é pequena comparada com a carga do reservatório.

No tempo  $t=0$ , a válvula é instantaneamente fechada o que gera uma carga  $\Delta H=a \cdot V_0/g$ .

Esta onda de pressão viaja pela tubulação em direção ao reservatório com a velocidade acústica da onda.

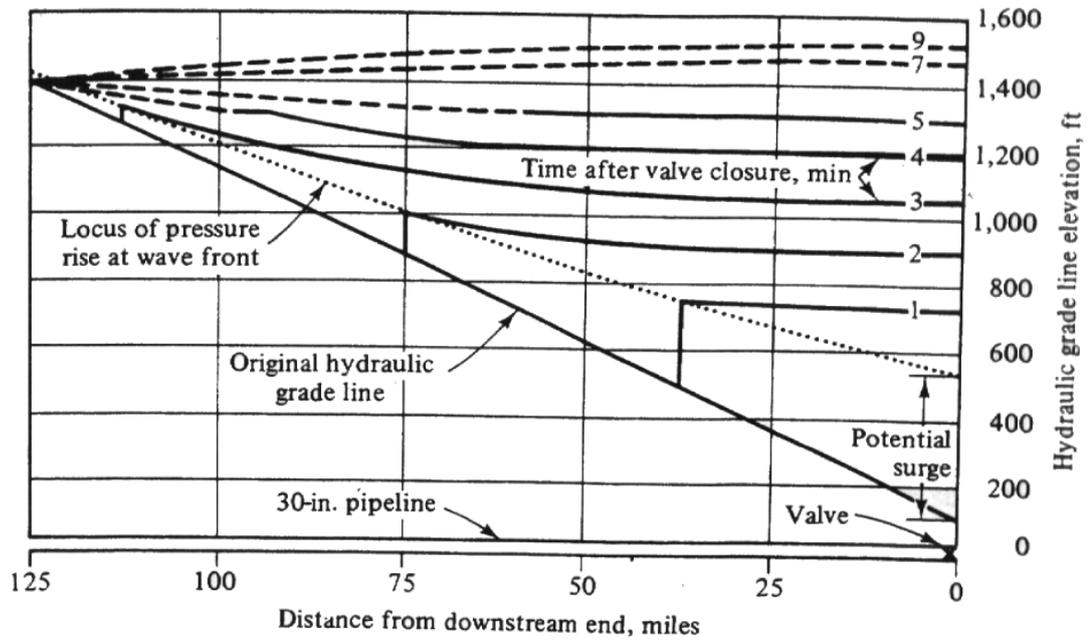
Se lembrarmos do processo de propagação de onda sem o efeito do atrito, alguém poderia assumir que a onda se movimentaria sobre a curva sólida (a) como na figura a seguir. Isto produz uma inclinação HGL paralela a original HGL, linha piezométrica. Mas a velocidade deve ser zero atrás da onda, o HGL deveria ser horizontal conforme indicado na linha tracejada da figura (b). Para que isto ocorra a pressão na válvula precisa aumentar o que só pode ser feito com a introdução de mais fluido a jusante da frente de onda (Este fenômeno é chamado "empacotamento" ou "line packing"). Isto significa que haverá fluxo, portanto com velocidade **DIFERENTE de ZERO** após a passagem da onda. Isto resulta em  $\Delta H_2 < \Delta H_1$  com uma inclinação conforme indicada na figura a seguir para  $t=t_1$ . Na válvula a pressão continua subindo devido a recuperação do atrito e ao "empacotamento" ou "line packing".

A onda se movimentará em direção ao reservatório. Porém, diminuindo a sua amplitude. Este processo é conhecido como **atenuação** ou "attenuation".



Propagação da onda com atrito (a) Incorreto (b) Correto

Exemplo



Results of computer solution of valve closure in long pipeline.<sup>13</sup>

## CELERIDADE

O aumento da pressão é diretamente proporcional a velocidade da onda, visto na equação 3.1 (Joukowsky).

Portanto, a velocidade de propagação da onda é um parâmetro que deve ser calculado cuidadosamente. Sua **magnitude** depende da **densidade** e do **módulo de elasticidade do fluido** (bulk modulus), **módulo da elasticidade da tubulação** (Young modulus), **diâmetro** e **espessura** de parede da tubulação e da **presença de gás livre no fluido**.

Para entendermos a natureza física destas dependências, lembremo-nos do exemplo do fechamento instantâneo de uma válvula. Enquanto a onda viaja em direção ao reservatório, o fluido continua entrando na tubulação. A velocidade com a qual a onda viaja entre dois pontos arbitrários depende de quanto mais fluido pode ser armazenado neste trecho de tubulação.

A onda viaja entre dois pontos num tempo correspondente para que o excesso de fluido movendo-se a velocidade  **$V_o$**  entre nesta seção e vá para o repouso (pare). Se a tubulação é muito flexível ou se há bolhas de gás no líquido, o que o torna mais compressível, esta tubulação comportará mais fluido. Portanto, demandará mais tempo para dilatar o tubo, comprimir o fluido ou o ar a fim de aumentar a pressão. Nestas condições, a onda viaja com velocidade relativamente baixa.

Considere outro extremo... Quando a tubulação é totalmente rígida e o fluido incompressível. Nesse caso o fluido para instantaneamente quando a válvula é fechada instantaneamente. Este caso hipotético pode corresponder a uma celeridade infinita o que **não é possível**.

A equação da velocidade da onda é obtida através dos seguintes passos:

- 1) Aplicar a equação da continuidade.
- 2) Usar a equação Joukowsky.
- 3) Relacionar  $\Delta H$  com o módulo de elasticidade do fluido.
- 4) Relacionar a expansão da tubulação com suas propriedades, relação entre tensão e deformação.

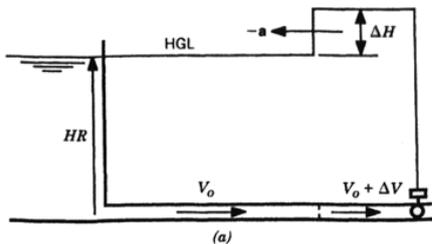


Figura: 1A

Considere uma simples tubulação conforme figura 1A.

No tempo  $t=L/a$  após o fechamento da válvula, a velocidade na tubulação é **ZERO**, a tubulação sofreu possivelmente modificação no diâmetro e no comprimento além da compressão do fluido. A massa total que entrou na tubulação é  $\rho \cdot A \cdot V_0 \cdot L/a$ . A massa acumulada devido a **elongação** da tubulação é pequena comparada com outros fatores e **será ignorada**. A quantidade de massa devido ao aumento no diâmetro é  $\rho \cdot L \cdot \Delta A$  e o aumento devido a densidade será  $\Delta \rho \cdot L \cdot A$ .

Substituindo estes termos na equação da conservação da massa.

$$\frac{\rho \cdot A \cdot V_0 \cdot L}{a} = \rho \cdot L \cdot \Delta A + L \cdot A \cdot \Delta \rho \quad \text{C1}$$

Dividindo todos por  $\rho \cdot A \cdot L$  e substituindo  $V_0$  por  $g \cdot \Delta H/a$  da equação 3C (que é igual a  $-\Delta V$ ) para o instante de fechamento :

$$\frac{g \cdot \Delta H}{a^2} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad \text{C2}$$

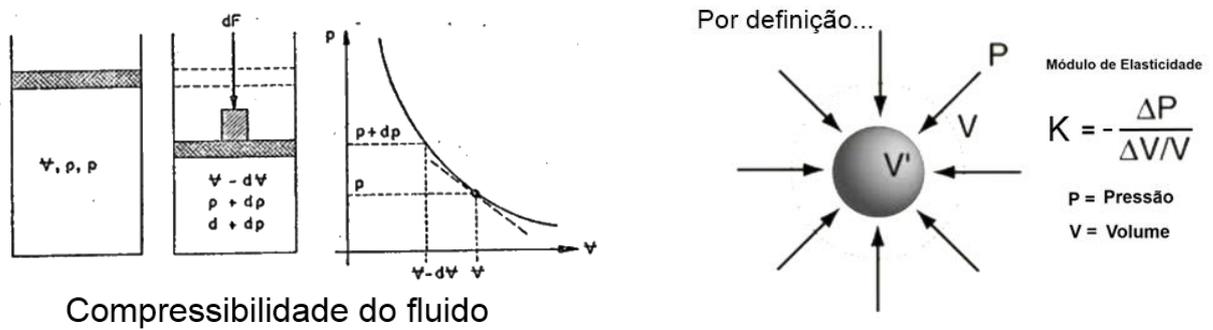
Resolvendo para  $a^2$

$$a^2 = \frac{g \cdot \Delta H}{\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \rho}{\rho}} \quad \text{C3}$$

Porém é desejável expressar a velocidade da onda como função das propriedades do fluido o que é rapidamente obtido usando a definição de **MÓDULO DE ELASTICIDADE**.

Vamos analisar a relação entre a variação de pressão e a compressibilidade do fluido.

A variação percentual do fluido é  $\frac{d\gamma}{\gamma}$ , um adimensional. A compressibilidade do líquido é avaliada relacionando a pressão incremental  $dp$  necessária para provocar uma variação percentual  $\frac{d\gamma}{\gamma}$  no volume " $\gamma$ " do fluido.



Mas o que é **MODULO DE ELASTICIDADE** ?

Matematicamente, define-se o módulo de elasticidade ("volumétrico") pela expressão.

$$K = - \frac{dp}{\frac{d\gamma}{\gamma}}$$

C4

Nota-se que, como a massa  $M$  de fluido considerado é a mesma então, de  $M = \rho \cdot \gamma$  podemos obter, por derivação:

$$\frac{d\gamma}{\gamma} = - \frac{dp}{\rho}$$

$$K = \frac{dp}{\frac{d\rho}{\rho}}$$

$$\frac{K}{\rho} = \frac{dp}{d\rho}$$

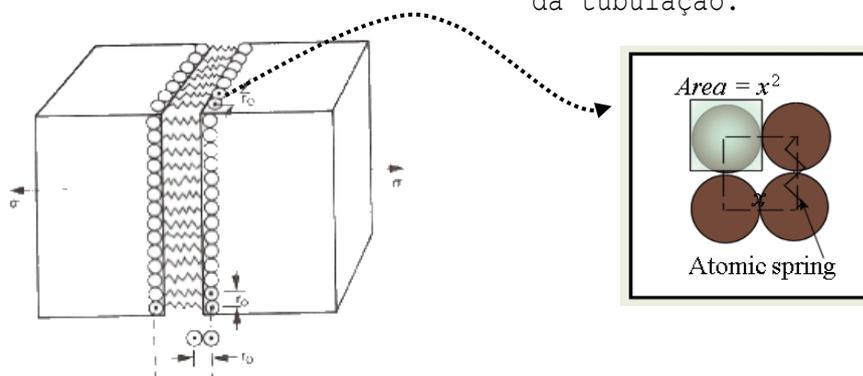
Aplicando o conceito de Pressão (P) como a medida da energia potencial para líquidos estáticos e abertos a atmosfera, **P** é proporcional a altura **H** abaixo da superfície do líquido. Especificamente, é o peso de água sobre unidade de área e pode ser expresso como:

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta H$$

Substituindo  $g \cdot \Delta H = \Delta P / \rho$  e multiplicando o numerador e o denominador por  $K / \Delta P$ , rearranjando...

$$a^2 = \frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{K \cdot \Delta A}{A \cdot \Delta P}} \quad \text{C5}$$

Agora é necessário relacionar  $\Delta A / (A \cdot \Delta P)$  com as propriedades de tensão deformação da tubulação.



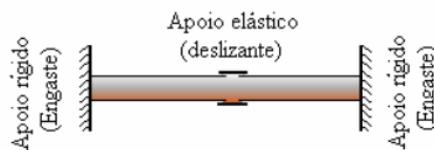
Modulo de Young a partir da rigidez das ligações

$$\sigma = \frac{F}{a} = N S_0 (r - r_0)$$

Mas, para analisarmos de forma detalhada devemos nos preocupar com as condições de suporte da tubulação.

Existem três possibilidades:

Caso 1. A tubulação é fixada apenas um dos extremos, por exemplo tubulações ancoradas por blocos de concreto envolvendo toda a seção externa do tubo e a outra extremidade ancorada em junta elástica, conforme esquema abaixo.



Caso 2. A tubulação está fixada de modo que não há movimento axial.



Caso 3. Cada seção da tubulação está fixada com juntas de expansão.



Normalmente, as restrições à tubulação representam reduções em menos de 10 % na magnitude das ondas. É muito difícil calcular a velocidade da onda com uma exatidão maior por conta das incertezas no fluido e nas propriedades da tubulação.

Ignorar o movimento axial é adequado, tal como o caso 3. Portanto, a mudança no  $\Delta A$  será apenas função das **tensões circunferenciais**.

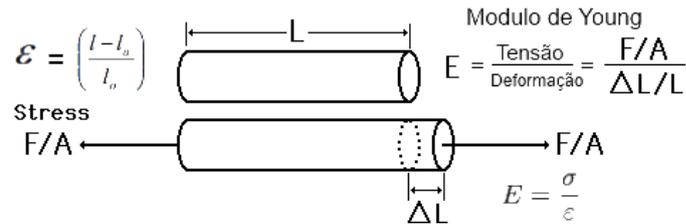
A tensão circunferencial e a deformação específica estão relacionadas pelo módulo de **YOUNG E**.

Mas o que é o módulo de Young?

**Módulo de Young ou módulo de elasticidade** é uma propriedade intrínseca dos

materiais e pode ser obtida da razão entre a tensão e a deformação específica.

$$\sigma = E \cdot \xi \quad C6$$

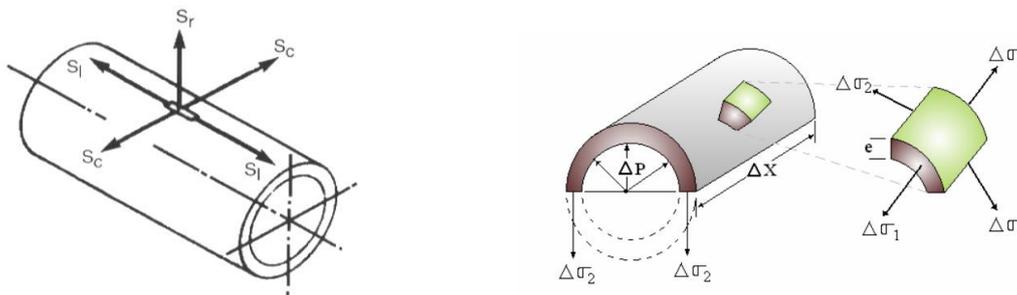
$$E = \frac{\sigma}{\xi} \quad C6'$$


Modulo de Young  
 $E = \frac{\text{Tensão}}{\text{Deformação}} = \frac{F/A}{\Delta L/L}$   
 $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$

Medido em unidades de pressão Mpa ou N/mm<sup>2</sup>

Mas as tensões nos tubos de parede fina, estão relacionadas a pressão interna e ao diâmetro. (obs.: Tubulação de parede fina é definida como a tubulação para a qual a relação entre diâmetro "D"

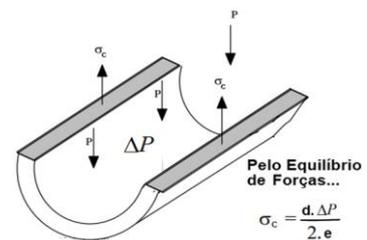
e a espessura "e" satisfaz a condição: D/e > 40 - Almeida; Koelle, 1992)



Tensões na parede de um tubo.

A figura a seguir mostra que uma seção UNITÁRIA de tubo cuja parede é "e" foi submetida a um aumento de pressão  $\Delta P$ .

Com o aumento da pressão  $\Delta P$  há um aumento na tensão circunferencial " $\sigma_c$ ". Portanto, aumento na força "T" que equilibra a força projetada por  $\Delta P$ . Elas estão relacionadas pela condição de equilíbrio estático.



Se combinarmos a equação do módulo de elasticidade com a equação da tensão circunferencial...

$$\sigma_c = E \cdot \xi \quad \& \quad \sigma_c = \frac{d \cdot \Delta P}{2 \cdot e} \quad \Rightarrow \quad \xi = \frac{d \cdot \Delta P}{2 \cdot e \cdot E} \quad C7$$

Sendo que  $\Delta A$  é igual a circunferência da tubulação vezes o aumento no raio.

Por que ?

O que resulta em  $\Delta A \sim \pi \cdot d \cdot \Delta d / 2$  que significa perímetro x raio !

Se relacionarmos esta expressão com a definição de alongamento específico aplicado a uma tubulação poderemos concluir:

$$\xi = \frac{\Delta d}{d} \Rightarrow \Delta d = \xi \cdot d \quad \& \quad \Delta A \approx \pi \cdot D \cdot \frac{\Delta d}{2} \Rightarrow \Delta A \approx \pi \cdot D \cdot \frac{\xi \cdot d}{2} \quad \text{C8}$$

Vamos substituir o valor da deformação específica conforme segue.

$$\Delta A \approx \pi \cdot D \cdot \frac{\xi \cdot d}{2} \quad \& \quad \xi = \frac{d \cdot \Delta P}{2 \cdot e \cdot E} \Rightarrow \Delta A = \pi \cdot D \cdot \frac{d \cdot \Delta P}{2 \cdot e \cdot E} \cdot \frac{d}{2} =$$

$$\Delta A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\Delta P}{e \cdot E} = A \cdot \frac{\Delta P \cdot d}{e \cdot E} \quad \text{C9}$$

Substituindo a equação C9 na equação C5 e extraíndo a raiz quadrada, temos:

$$a^2 = \frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{K \cdot \Delta A}{A \cdot \Delta P}} \quad \& \quad \Delta A = A \cdot \frac{\Delta P \cdot d}{e \cdot E} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{K \cdot d}{E \cdot e}}} \quad \text{C10}$$

Se quisermos incluir os efeitos das restrições, a equação acima torna-se

$$a = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{C.K.d}{E.e}}}$$

C11

$C=1-0.5*\mu$  para o caso 1

$C=1-0.5*\mu^2$  para o caso 2

$C=1$  para o caso 3

$\mu$  = coeficiente de Poisson

## SOLUÇÕES NUMÉRICAS DOS TRANSIENTES

### INTRODUÇÃO:

Vários métodos de análise foram desenvolvidos para o problema de transientes em tubulações sendo que variam de aproximações analíticas onde o termo não linear da equação do momentum é ignorado ou linearizado até os métodos numéricos com soluções de equações não lineares. Estes métodos podem ser classificados conforme segue:

#### **Método aritmético:**

Este método negligencia o atrito (Joukowski, 1904, Allievi, 1903 e 1925).

#### **Método gráfico:**

Este método negligencia o atrito no seu desenvolvimento teórico, mas inclui o efeito como uma correção ( Parmakian,1963).

#### **Método das características:**

Este método é a aproximação mais popular para o cálculo dos transientes. É baseado

na conversão das equações diferenciais parciais (PDEs) da continuidade e do momentum em quatro (4) equações diferenciais ordinárias que são resolvidas numericamente usando técnicas de diferenças finitas (Gray, 1953; Streeter e Lai, 1962; Chaudry, 1987; etc.

#### **Método algébrico:**

As equações algébricas neste método são basicamente, as duas equações características para ondas, na direção positiva e negativa num trecho de tubulação escritas de uma forma que o tempo é o integrador subscrito.

#### **Método implícito:**

O método implícito usa um esquema de diferenças finitas para solução dos transientes. O método é formulado de modo que o requerimento para manter relação entre o intervalo de distância  $\Delta x$  e o intervalo de tempo  $\Delta t$  é relaxado. (Amein e Chu, 1975).

#### **Método Linear:**

Pela linearização do termo de atrito, uma solução analítica das duas PDEs (momentum e continuidade) pode ser obtida por oscilações senoidais. O método linear pode ser colocado em duas categorias:

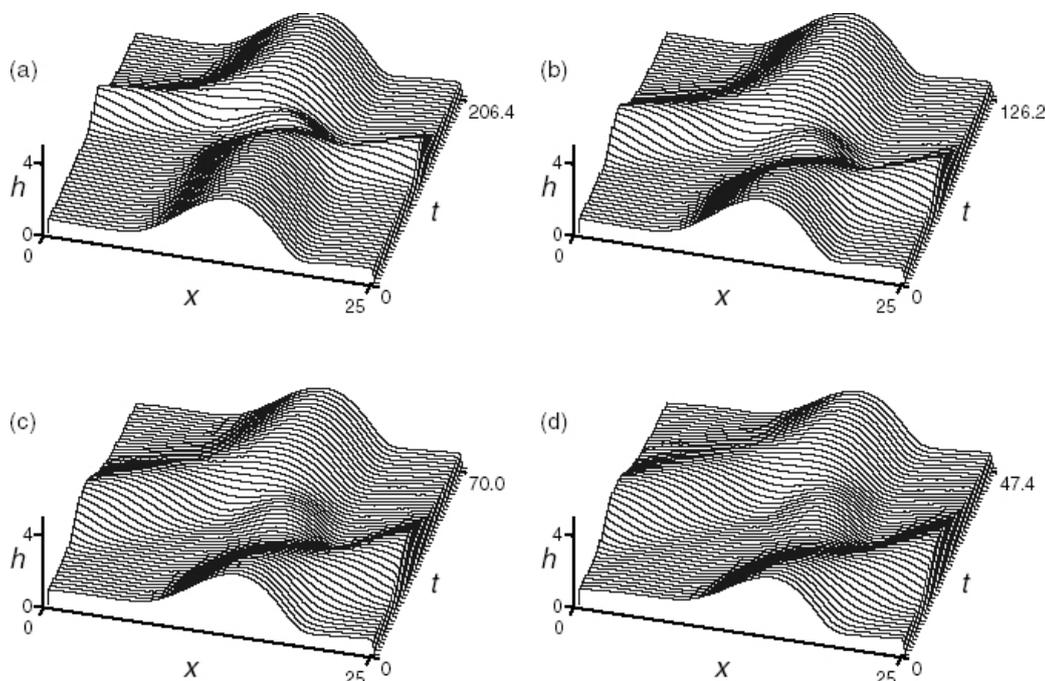
1. O método da impedância o qual é basicamente representado por flutuações de oscilações estacionárias estabelecidas por uma função "forcing function".
2. Método das vibrações livres de um sistema de tubulações "Method of free vibrations of a piping system" o qual determina a frequência natural do sistema e provê a taxa de amortecimento da oscilação quando forçada uma descontinuidade ( Wylie and Streeter, 1993).

#### **Método das perturbações:**

Com este método, o termo não linear é expandido numa série para permitir explicitar a solução analítica das velocidades transitórias nas tubulações. As soluções são obtidas em função de formas adequadas usadas pela engenharia para determinação de valores críticos de velocidade de pressão, suas localizações e seus tempos de ocorrência (Baha e Kassab, 1996).

### Método das Ondas Características:

Sem dúvida, este é o método que mais aproxima a solução numérica do fenômeno físico, permitindo ao engenheiro o entendimento e manipulação das equações de uma forma simples e direta.



### Métodos das Características (MC) - Descrição geral

A maioria das situações práticas envolvem topologia e mudanças de fluxo que são muito complexas para serem solucionadas com cálculos manuais.

Neste tópico, as equações que governam o fluxo transitório nas tubulações serão desenvolvidas. As equações diferenciais parciais resultantes serão transformadas pelo método das características em equações diferenciais totais. Após integração, as equações serão resolvidas numericamente por diferenças finitas.

Esta análise provê equações que podem ser utilizadas para prever a vazão e a carga em cada ponto interior a qualquer tempo.

Para completar a análise é necessário acoplar as equações básicas as que descrevem as condições de contorno típicas (ex.: reservatórios, válvulas, mudanças de diâmetro, material, junções, etc.). A perda de carga está inclusa no desenvolvimento das equações básicas e perdas localizadas são manipuladas como condições de contorno.

A análise é desenvolvida usando a **teoria elástica** onde a compressibilidade do fluido e elasticidade da tubulação são incluídas.

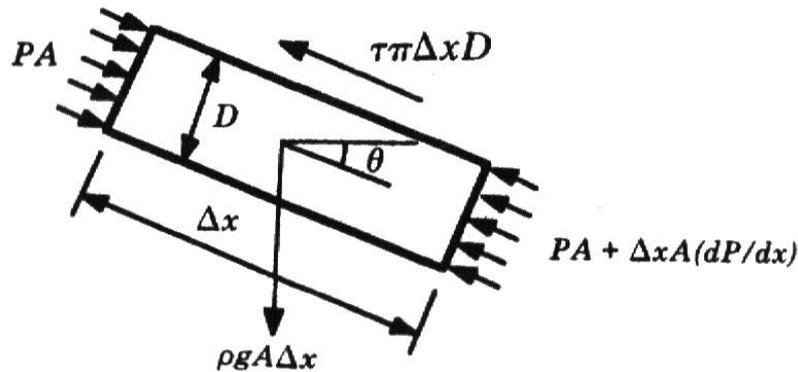
Esta teoria modela adequadamente a propagação e reflexão das ondas de pressão. Também pode ser utilizada para o cálculo do "surge" (oscilação em massa). Contudo, o tempo de computação será longo devido ao pequeno passo de tempo "time step" inerente aos cálculos dos transientes. Com o cálculo numérico do "surge", o passo de tempo pode ter uma ordem de magnitude maior do que o requerido para o transiente.

Para alguns problemas, a análise de transiente (modelo elástico) é utilizada em algumas partes do sistema e a análise do "surge" (T. da coluna rígida) para outras. Um exemplo são as instalações hidroelétricas compostas por um "power tunnel", túnel adutor, surge tank (chaminé de equilíbrio) e penstock (conduto forçado).

Quando uma mudança rápida de vazão é iniciada em uma turbina (no caso de rejeição de carga), é gerado um transiente no penstock. O surge tank age como um reservatório "filtro" e evita que a maioria dos transientes entre no túnel adutor. O fluxo variável no power tunnel obedece aos princípios da teoria da coluna rígida (surge analysis) e o penstock obedece a teoria da coluna elástica.

## **Equação do Movimento.**

O fluxo instável é governado pela equação do movimento que representa a soma de todas as forças que agem na massa do fluido numa dada direção. Esta resultante é igual ao produto da massa multiplicada pela aceleração na direção da força resultante.



*FGM 1*

**Diagrama de corpo livre de uma seção de fluido**

A figura anterior é um diagrama de corpo livre mostrando as forças que atuam em um segmento cilíndrico de fluido. Estas forças incluem: força de pressão nas duas extremidades, fricção ou forças tangenciais "shear forces" na superfície externa e a gravidade. "A equação do movimento aplicada na direção "x" do movimento do fluido (Some as forças observando os sinais da direção da aplicação...!)

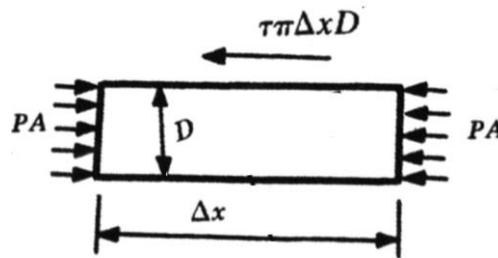
$$P.A - \left( P + \frac{\partial P}{\partial x} . \Delta x \right) . A - \tau . \pi . D . \Delta x + \rho . g . A . \Delta x . \sin \theta = \rho . A . \Delta x \frac{DV}{Dt}$$

Simplificando e dividindo por  $\Delta x$

$$- \frac{\partial P}{\partial x} . A - \tau . \pi . D + \rho . g . A . \sin \theta = \rho . A . \frac{DV}{Dt} \quad EM 1$$

Para a mesma velocidade, a tensão tangencial para o regime transitório é a mesma do regime permanente. É costume trabalhar com fator de fricção expresso como perda de carga sobre um trecho de tubo, no lugar de lidar com tensão distribuída nas paredes do tubo. Na figura seguinte, aplicamos para regime permanente com  $\theta=0$  por

simplificação.



*FGM2*

$$(P_1 - P_2).A = \tau.\pi.D.\Delta x = \gamma.(H_1 - H_2).A \quad \text{EM 2}$$

$$H_1 - H_2 = \frac{f.L.V^2}{2.g.D} = \frac{f.\Delta x.V.|V|}{2.g.D} \quad \text{EM 3}$$

Onde **f** é o fator de fricção. O valor absoluto de **V** garante que a força de fricção é sempre oposta a direção do fluxo.

Substituindo Eq. **EM 3** em **EM 2** rearranjando o termo relacionado a tensão tangencial na Eq. **EM 1**

$$\tau.\pi.D = \frac{\rho.f.V.|V|.A}{2.D} \quad \text{EM 4}$$

Dividindo a Eq. **EM 1** por  $\rho.A$  e substituindo na Eq. **EM 4** e expandindo a derivada total de **v**

$$\frac{\partial P}{\rho.\partial x} + \frac{f.V.|V|}{2.D} - g.\sin\theta + \frac{\partial V}{\partial x}.\frac{dz}{dx} + \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad \text{EM 5}$$

Trocaram-se os sinais.

Isto pode ser simplificado usando carga piezométrica  $H = p/\gamma + z$ . Diferenciando nos fornece:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial P}{\gamma \cdot \partial x} + \frac{dz}{dx} \quad EM 6$$

Da figura **FGM1**, é visto que  $dz/dx = -\text{sen}\theta$

Portanto, **EM 5** pode ser reduzida para:

$$g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2.D} + \frac{V\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad EM 7$$

O uso da carga piezométrica na equação **EM7** restringe esta aplicação para líquidos.

É importante lembrar que todas as futuras computações devem ser feitas usando carga piezométrica e não carga de pressão.

## Equação da Continuidade

A lei da CONSERVAÇÃO DA MASSA aplicada a um volume de controle diz que o fluxo líquido de massa através das SUPERFÍCIES DE CONTROLE deve ser igual a taxa de mudança da massa dentro do VOLUME DE CONTROLE.

Quando aplicamos este princípio a situação presente, notamos que o VOLUME DE CONTROLE (uma pequena seção da tubulação) pode ter sua área seccional e comprimento aumentados devido ao aumento da pressão. O desenvolvimento a seguir, ignora o aumento longitudinal da tubulação. Portanto, a EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE se transforma em:

$$\rho AV - \left[ \rho AV + \frac{\partial(\rho AV)}{\partial t} dx \right] = \frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad - \frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} dx = \frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t}$$

Expandindo ambos os lados e trocando de lado...

$$- \left( \rho A \frac{\partial V}{\partial x} dx + \rho V \frac{\partial A}{\partial x} dx + AV \frac{\partial \rho}{\partial x} dx \right) = \rho dx \frac{\partial A}{\partial t} + A dx \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Rearranjando e dividindo por  $\rho \cdot A \cdot dx$ ,

$$\frac{1}{A} \left( \frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

Os dois primeiros termos entre parênteses são as DERIVADAS TOTAIS de "A" e de  $\rho$  com respeito ao tempo.

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

Agora vamos trocar  $dA/dt$  com as propriedades estruturais da tubulação como foi feito no desenvolvimento da equação da **CELERIDADE**. Expressando a equação na forma diferencial e rearranjando...

$$dA = \frac{A.D}{e.E} dP = \frac{\rho.g.A.D.dH}{e.E} \text{ porque, } dp = g.\rho.dH$$

O primeiro termo é transformado para:  $\frac{\rho.g.D}{e.E} \frac{dH}{dt}$   
(o "A" sai o dt entra...)

O segundo termo pode ser expresso em termos de módulo de elasticidade da água (bulk Modulus) e  $dH$ , usando a definição:

$$K = \frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho}} \text{ ou } \frac{d\rho}{\rho} = \rho g \frac{dH}{K}$$

O segundo termo transforma-se para:  $\frac{\rho.g}{K} \frac{dH}{dt}$

Substituindo na equação e rearranjando...

$$\frac{dH}{dt} \left( \frac{1 + \frac{K.D}{e.E}}{\frac{K}{\rho}} \right) + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

Usando a equação da **CELERIDADE**, a equação pode ser reduzida para:

$$\frac{dH}{dt} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

Esta é a forma final da equação da **CONTINUIDADE** a qual será resolvida junto com a equação do **MOMENTUM** uma vez que existem duas equações e duas incógnitas H e V. A técnica usada para transformar equações diferenciais parciais em equações diferenciais **TOTAIS** é o **MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS**.

## Método das Características

As equações do MOMENTUM e da CONTINUIDADE desenvolvidas são (expandindo o termo  $dH/dt$ ) ...

$$g \cdot \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2.D} + \frac{V\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad \text{EQUAÇÃO DO MOMENTUM}$$

$$\frac{dH}{dt} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad \text{EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE}$$

*Expandindo...*

$$\frac{dH}{dt} = V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t}$$

$$V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

Podemos fazer algumas simplificações comparando as magnitudes dos vários termos e eliminando aqueles de menor importância. Veja as equações na forma de diferenças finitas reconhecendo que:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} \text{ e } g \cdot \frac{\Delta H}{\Delta x} \gg V \cdot \frac{\Delta H}{\Delta x}$$

$$\frac{\Delta H}{\Delta t} \text{ e } a^2 \frac{\Delta V}{\Delta x} \gg V \cdot \frac{\Delta H}{\Delta x}$$

As equações são simplificadas para:

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{f \cdot V \cdot |V|}{2D} = 0 \quad \textcircled{1}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad \textcircled{2}$$

Multiplicando a equação  $\textcircled{2}$  por  $\lambda$  e,  $\textcircled{1} + \textcircled{2}$  (adicionando-os) e rearranjando os termos

$$\lambda \cdot \left( \frac{g \partial H}{\lambda \partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right) + \left( \frac{\lambda \cdot a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) + \frac{f \cdot V \cdot |V|}{2 \cdot D} = 0 \quad \textcircled{3}$$

Uma vez que a equação (3) é uma combinação linear de duas equações independentes, qualquer dois valores reais produzirão duas equações independentes. Os valores são escolhidos para tornar as equações DERIVADAS TOTAIS...

Da definição de derivadas totais...

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t} \qquad \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t}$$

A comparação entre a definição de DERIVADAS TOTAIS, e a equação "3", revela-se os valores de  $\lambda$ ...

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\lambda} = \frac{\lambda a^2}{g} \quad \text{ou} \quad \lambda = \pm \frac{g}{a} \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{dt} = \pm a$$

Com estes valores de  $\lambda$ , a equação (3) transforma-se em duas equações diferenciais totais.

$$(4) \quad \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{f \cdot V \cdot |V|}{2D} = 0 \quad C^+ \quad \text{para} \quad \frac{dx}{dt} = +a \quad (6)$$

$$(5) \quad \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} - \frac{dV}{dt} - \frac{f \cdot V \cdot |V|}{2D} = 0 \quad C^- \quad \text{para} \quad \frac{dx}{dt} = -a \quad (7)$$

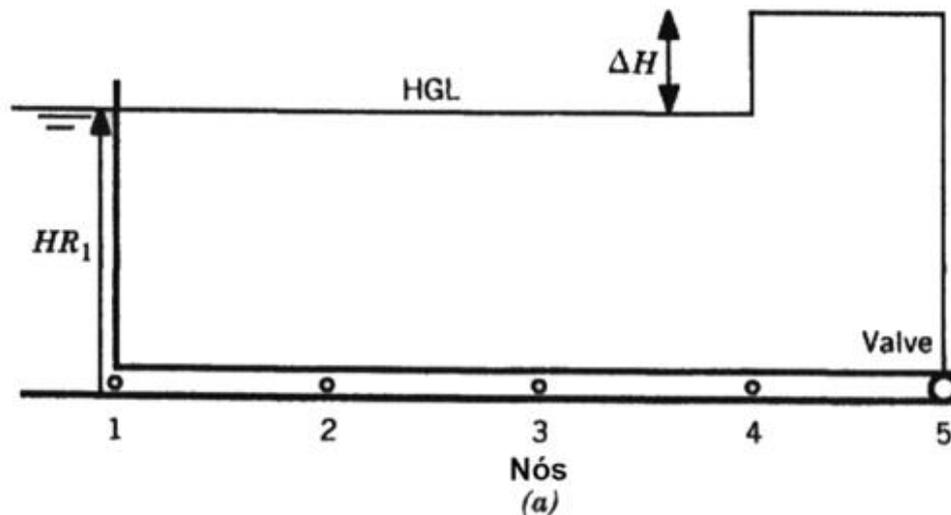
As equações "4" e "5" são chamadas "EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE" de  $C^+$  e  $C^-$

## SOLUÇÃO POR DIFERENÇAS FINITAS

A solução das equações "4" e "5" é feita usando diferenças finitas.

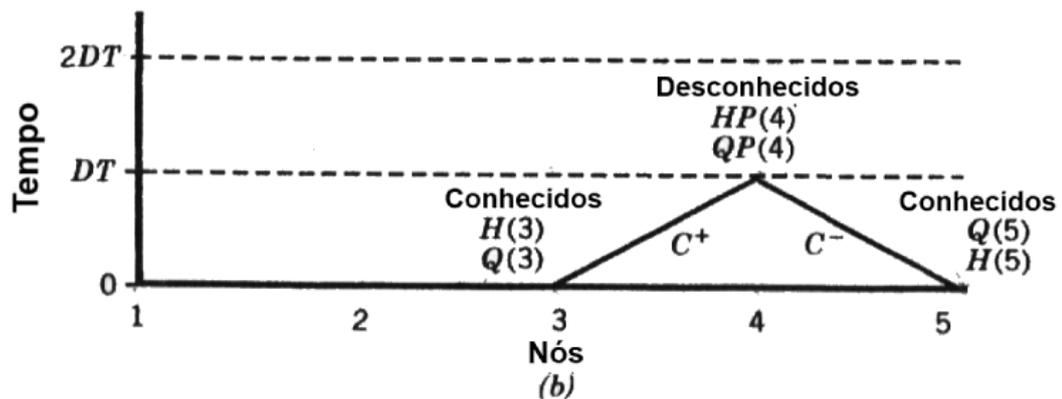
A figura a seguir mostra um sistema com válvula e reservatório.

Dividindo a tubulação em  $N$  seções iguais, de comprimento  $\Delta x$ . Para este exemplo  $N=4$ . Portanto, existem  $N+1$  nós onde os cálculos serão feitos.



Antes de qualquer transiente gerado, encontramos  $H_I$  e  $Q_I$  nos cinco nós aplicando a equação da energia para o sistema. Para o caso sem atrito, toda a carga do reservatório será dissipada a jusante da válvula,  $Q_I=Q_I$ ,  $H_I=HR_1$ , para todos os nós, onde  $Q_I$  é o fluxo inicial e  $HR_1$ , é a pressão piezométrica no reservatório.

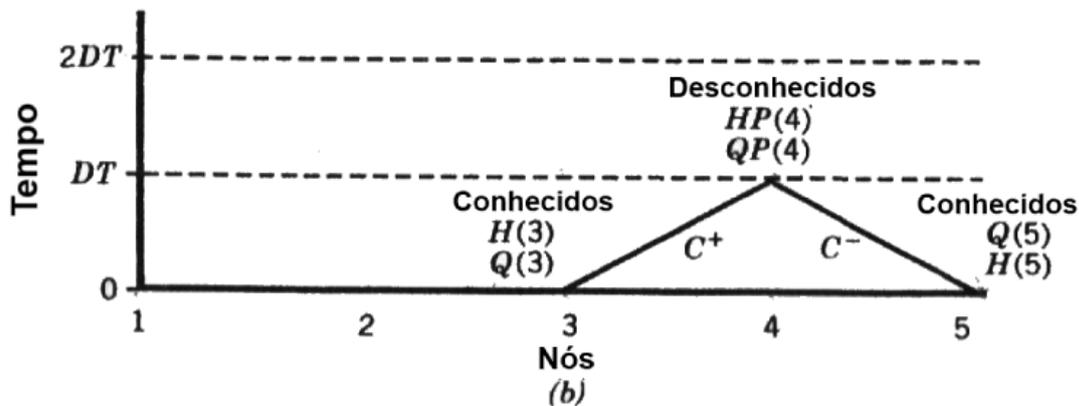
O transiente é gerado no instante  $t$  no nó 5 devido ao fechamento da válvula. Esta manobra cria uma onda de pressão de magnitude  $H=a.Vo/g$  a qual viaja em direção ao reservatório com velocidade do som "a". Ela chega ao nó "4" no tempo  $t+\Delta t= \Delta t= \Delta x/a$ ,  $\Delta x=L/a$  (a distância entre nós). **A equação "5", C-, transmite informações sobre a mudança em H e Q para montante uma vez que ela é válida para  $dx/dt=-a$ , equação "7", similarmente a equação C+, transmite informações na direção +a.**



A solução dos transientes consiste em encontrar os valores de carga e vazão para cada nó com o progresso do fenômeno (tempo). Os cálculos serão feitos para cada intervalo de tempo  $\Delta t$ . Os nós são igualmente espaçados na distância  $\Delta x$  e a velocidade de propagação da onda é **constante**. Isto significa que o intervalo de tempo  $\Delta t$  para a onda viajar de um nó para o outro é igual.

As cargas e vazões desconhecidas nos nós no tempo  $t+\Delta t$  são indicados como  $HP_I$  e  $QP_I$ . As cargas e vazões no tempo anterior são  $HI$  e  $QI$ . Considere o transiente na figura anterior, onde a onda acabou de chegar no nó "4".

A figura "b" é a representação gráfica da solução das equações "4" e "5". Para o nó N(I=4). A carga desconhecida  $HP_i$  e vazão  $QP_i$ , no nó I no tempo  $t+\Delta t$  pode ser calculado pela integração das equações "4" e "5".



Antes de integrarmos, multiplicaremos as equações por  $a \cdot dt/g$ , mudando de  $v$  para  $Q$  e trocando  $dt$  por  $dx$  ( $dx=a \cdot dt$ ).

Para a equação  $C^+$ , integrando do nó (i-1) para o nó i nos dá...

$$\int_{HP_{I-1}}^{HP_I} dH + \frac{a}{g \cdot A} \int_{QP_{I-1}}^{QP_I} dQ + \frac{f}{2 \cdot g \cdot D \cdot A^2} \int_0^{\Delta x} Q |Q| dx = 0$$

Para integrar o terceiro termo, a variação de  $Q$  com  $X$  precisa ser especificada. Para muitos problemas, usar a aproximação de primeira ordem onde  $Q=Q_{I-1}$  é adequada.

Assumindo desta forma, a integração da equação "5" e tratamento similar a equação  $C^+$

$$C^+ : HP_I - H_{I-1} + B[QP_I - Q_{I-1}] + RQ_{I-1} |Q_{I-1}| = 0$$

$$C^- : HP_I - H_{I+1} - B[QP_I - Q_{I+1}] - RQ_{I+1} |Q_{I+1}| = 0$$

Na qual,

$$B = \frac{a}{gA} \quad (1)$$

$$R = \frac{f\Delta x}{(2gDA^2)} \quad (2)$$

Uma vez que  $H_{I-1}, H_{I+1}, Q_{I-1}$  e  $Q_{I+1}$  são conhecidos e  $B$  e  $R$  são constantes as equações podem ser simplificadas...

$$C^+ : HP_I = CP - B \cdot QP_I \quad (3)$$

$$C^- : HP_I = CM + B \cdot QP_I \quad (4)$$

$$CP = H_{I-1} + B \cdot Q_{I-1} - R \cdot Q_{I-1} |Q_{I-1}| \quad (5)$$

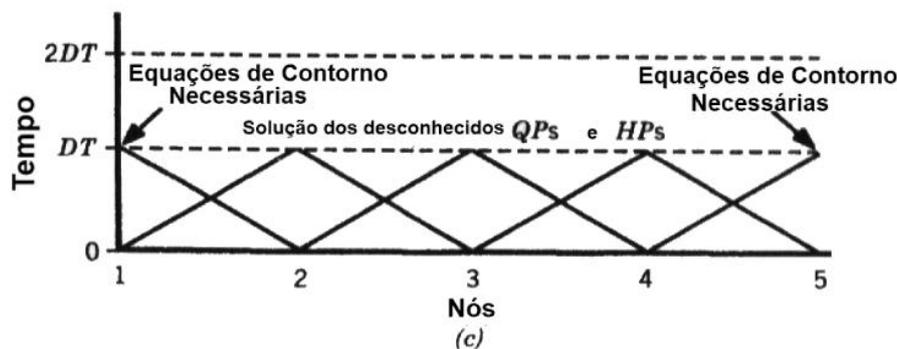
$$CM = H_{I+1} - B \cdot Q_{I+1} + R \cdot Q_{I+1} |Q_{I+1}| \quad (6)$$

Adicionando  $(3) + (4)$

$$HP_I = \frac{CP + CM}{2} \quad (7)$$

$Q_{P_i}$  pode ser encontrado substituindo  $HP_i$  de volta nas equações "3" e "4". Referindo-se outra vez a figura "b". A equação  $C^+$ , "3" fornece informações do nó I-1, ou nó "3" neste caso, para o nó "4" ao longo da linha  $C^+$ . Similarmente, a equação "4", fornece informações ao longo da linha  $C^-$ . Resolvendo a equação "7" no tempo  $t+\Delta t$  fornece  $HP_4$ .

Uma vez que buscamos todos os HPs e QPs, o processo é repetido para cada nó. A figura "c" mostra isto graficamente. Todos os nós interiores ( $I=2, N$ ), transmitem ambas as informações  $C^+$  e  $C^-$  para os nós adjacentes. Com as condições adicionais de contorno para os nós 1 e  $N+1$ , HP e QP para cada nó podem ser encontrados no  $t+\Delta t$ .



**Solução gráfica das equações  $C^+$  e  $C^-$**

O próximo passo é estabelecer  $Q=QP$  e  $H=HP$ , recalcular  $CP$  e  $CM$ , resolver para  $HP$  e  $QP$  outra vez para cada intervalo de tempo sucessivo.

Para ajudar o entendimento do método das soluções, considere que há um observador posicionado em cada um dos nós. A cada intervalo de tempo  $\Delta t$  eles transmitem informações para nós adjacentes (ou observadores) sobre as condições de vazão e pressão dos seus nós.

Observe outra vez a figura "a". No tempo  $t$ , a válvula é fechada e o observador do nó "5" verificou que a velocidade foi para zero,  $Q_5=0$ , e a pressão subiu para  $\Delta H=c.V_0/g$ , portanto  $H_5=HR_1+\Delta H$ . Para todos os outros observadores não foram notificadas mudanças. Estas informações são enviadas para cada nó ou observador adjacente. O observador "4" pode esperar que a pressão gerada em no nó "5" chegue à sua localização

no tempo  $t+\Delta t$ . Uma vez que o observador "3" não reportou nenhuma mudança, o resultado líquido no nó "4" no tempo  $t+\Delta t$  será de  $QP_4=0$  e  $HP_4=HR_1+\Delta H$ . Isto pode ser demonstrado no próximo exemplo.

Para o transiente indicado na figura "a", calcule  $HP_4$  e  $QP_4$  no tempo  $t+\Delta t$ . Isto é feito solucionando as equações de 3-7, para  $I=4$ .

Primeiro calcule CP e CM no instante que a válvula é fechada percebendo que  $Q_3=QI$  (vazão inicial),  $H_3=HR_1$ ,  $Q_5=0$ ,  $H_5=HR_1+\Delta H$ ,  $\Delta H=B.QI$  e ignorando o atrito ( $R=0$ ):

$$CP = HR_1+B.QI$$

$$CM = HR_1+\Delta H = HR_1+B.QI$$

Substituindo estes valores nas equações "3" e "4":

$$HP_4 = HR_1+B.QI-B.QP_4$$

$$HP_4 = HR_1+B.QI+B.QP_4$$

Resolvendo ou usando a equação "7" teremos:

$$HP_4 = HR_1+B.QI = HR_1+HP_4+HR_1+\Delta H$$

Substituindo  $HP_4$  em "3" e "4" dá  $QP_4=0$ . Isto é precisamente o que deveria ser esperado da descrição da propagação de ondas discutido nos tópicos anteriores.

As equações de 3-7 devem compatibilizar com o regime permanente, ou seja,  $Q_{i-1}=Q_{i+1}=QI$ . As equações "3" e "4", para este caso (incluindo atrito) reduzem-se para:

$$HP_I = H_{I-1} - R.QI.|QI|$$

$$HP_I = H_{I+1} + R \cdot QI \cdot |QI|$$

Uma vez que  $R \cdot QI \cdot |QI|$  é a perda por atrito no trecho  $\Delta x$ , o regime permanente está atendido.

As equações de 3-7 foram desenvolvidas para o cálculo das vazões e pressões em todos os tempo para todos os pontos interiores (nós de 2 a N). Nos nós 1 e N+1, há ainda duas condições desconhecidas com informações conhecidas dos nós adjacentes portanto, são necessárias informações nos contornos do sistema...

## CONDIÇÕES DE CONTORNO SIMPLIFICADAS

### Reservatório

Da figura "a" a condição de contorno no nó "1" é um reservatório. Se ele é grande o suficiente para que o nível não mude significativamente durante os transientes, a carga será constante. Portanto,  $HP_1 = HR_1 =$  carga piezométrica do reservatório. A vazão  $QP_1$  é calculada a partir da equação característica  $C^-$  com CM calculado no nó 2.

### Válvula no final da tubulação

Para a válvula no final da tubulação (nó= NS=N+1) a condição de contorno é representada pela equação para a perda de carga na válvula. Para se construir uma solução geral, vamos assumir que exista um reservatório com nível conhecido a jusante da válvula. Vamos chamar  $HR_2$  a carga piezométrica no reservatório a jusante da válvula. Vamos desconsiderar a perda de carga na saída e usar a equação abaixo para calcularmos a perda de carga na válvula.

$$HP_{NS} = HR_2 + \frac{K_l \cdot QP_{NS} |QP_{NS}|}{2 \cdot g \cdot A_v^2} \quad C3 = \frac{K_l}{2 \cdot g \cdot A_v^2}, \quad A_v = 0.7854 \cdot d^2$$

d = diâmetro da válvula (Use +C3 para fluxo na direção normal e -C3 para direção reversa).

A equação fica reduzida a:

$$HP_{NS} = HR_2 + C3 \cdot QP_{NS}^2$$

Esta equação poderá ser resolvida com a C+, equação "3" que nos dá:

$$HR_2 + C3 \cdot QP_{NS}^2 = CP - B \cdot QP_{NS} \qquad B = \frac{a}{gA} \quad (1)$$

Ou

$$QP_{NS}^2 + CC3 \cdot QP_{NS} + CC4 = 0$$

Na qual,  $CC3 = B/C3$ ,  $CC4 = (HR_2 - CP) / C3$

A solução para uma equação quadrática nos dá uma raiz real de

$$QP_{NS} = 0.5(-CC3 \pm \sqrt{CC3^2 - 4 \cdot CC4})$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

FÓRMULA DE BÁSKARA

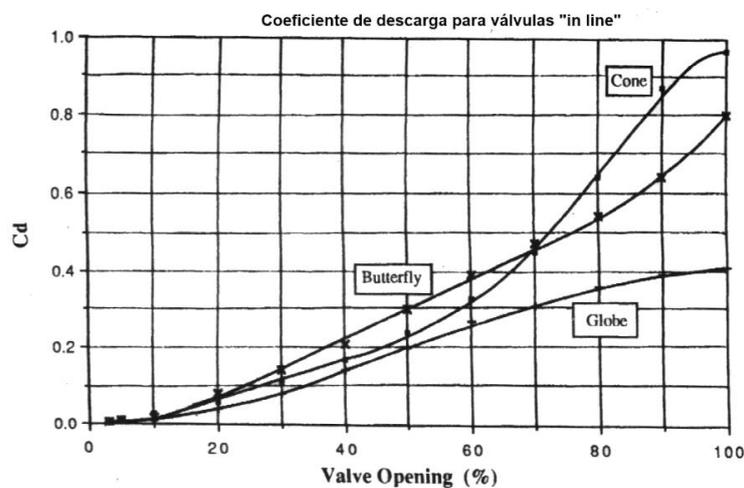
Para o fluxo normal, a escolha de  $+\sqrt{\quad}$  como uma solução real é baseada no fato de que B/C3 é sempre positivo. Portanto, para se obter QP<sub>NS</sub> positivo é necessário o uso do sinal positivo da raiz.

Para fluxo reverso, deve - se mudar o sinal de C3 e adotar o uso da raiz negativa. Com QP<sub>NS</sub> conhecido da equação # HP<sub>NS</sub> é calculado com a equação C+.

Solucionar a condição de contorno de válvula requer que **K<sub>1</sub>** seja conhecido a cada intervalo de tempo. Isto exige que especifiquemos as variações da abertura da válvula

com o tempo (usualmente uma função linear) e conseqüentemente a variação de  $K_1$  com o tempo. Uma vez que normalmente os dados da válvula são fornecidos em termos de  $C_d$  ou  $C_v$  é necessário converter para  $K_1$  com as equações adequadas.

Para descarga livre,  $HR_2=ZNS$  e  $K_1$  precisa ser ajustado para compensar a falta de pressão de recuperação a jusante. Usualmente usa-se o  $C_{d_f}$ .



Tipicamente, os dados para válvulas podem ser indicados conforme os gráficos a seguir. Pode ser visto que a forma da curva de  $C_d$  para diferentes válvulas varia significativamente. Conseqüentemente, elas não podem ser representadas precisamente por uma relação funcional simples. O método recomendado para a seleção dos valores de  $C_v$  ou  $C_d$  (e o cálculo de  $K_1$  para cada 10 % do movimento (11 valores no total)) é interpolado linearmente entre eles com o fechamento da válvula. A válvula poderá ser ajustada para iniciar em qualquer abertura, selecionando o primeiro  $C_d$  correspondente a este ponto.

Para simular abertura da válvula, os cálculos das condições iniciais serão necessários. Se a válvula inicia seu movimento estando totalmente fechada, todas as vazões serão iguais a zero e todas as cargas serão iguais as do reservatório. A outra modificação consiste na entrada dos dados de  $K_1$  na ordem reversa (partindo do fechamento total).

Com as condições de contorno do reservatório e da válvula resolvidos, utilizando-os com as equações C+ e C-, HPI e QPI, todos os nós podem ser calculados



nos tempos  $t+\Delta t$ . O próximo passo é reindexar, de modo que estes novos valores se tornem condições conhecidas para se calcular CP e CM. Depois repetir o processo para achar HPI e QPI para todos os intervalos de tempo subsequentes.

## Método das ondas Características

### Generalidades

O programa SURGE foi desenvolvido na Universidade de Lexington, Kentucky, USA pelos professores Don J. Wood , James Funk, e outros possibilitando a simulação de situações transientes em condutos forçados para redes hidráulicas compostas de diversos elementos e/ou dispositivos de proteção.

Conhecido como MÉTODO DAS ONDAS PLANAS, este método é baseado num procedimento de cálculo que leva em conta os efeitos das ondas de pressão que se propagam pelas tubulações a velocidade sônica. Estas ondas após atingirem descontinuidades físicas e/ou geométricas, produzem novas ondas. O método calcula os efeitos das mudanças locais geradas pela ação das ondas nos diversos elementos do sistema. O resultado final é a integração dos diversos efeitos em função do tempo, gerando a "história" das pressões e vazões nos diversos pontos do sistema.

É conveniente ressaltar que o Programa SURGE é VALIDADO através de resultados de medição no campo e comparação com outros métodos tais como o MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS. Além de modelos elaborados por de Streeter y Chaudry, como exemplos (Ref.: Validation of the Surge Fluid Transient Analysis Code - University of Kentucky ([www.kypipe.com](http://www.kypipe.com)))

## EQUACIONAMENTO BÁSICO

A relação entre as variações de pressão e vazão associadas à passagem de uma onda de pressão constitui a base para o desenvolvimento de expressões utilizadas no Método das Ondas Planas. A situação representada na figura 1 mostra as condições de pressão e vazão existentes em dois instantes muito próximos, ao propagar-se uma onda de pressão numa tubulação sob pressão. A onda percorre no tempo  $\Delta t$  a distância  $\Delta x$ . Podemos observar que a onda modificou as condições de vazão e pressão nas regiões onde passou. É possível observar também que existe uma diferença de pressão na frente da onda.

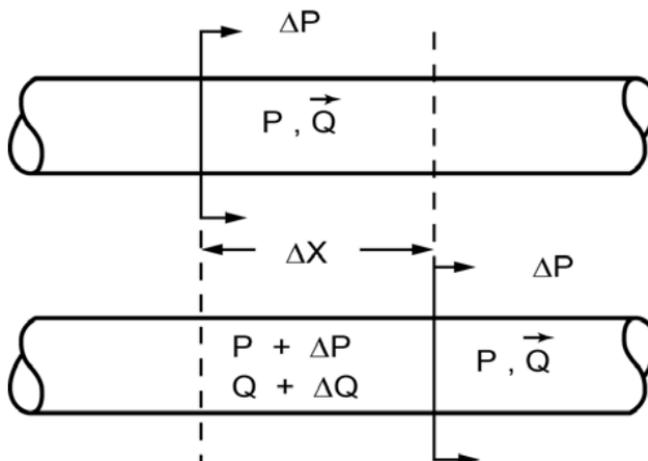


Fig. 1

Esse desequilíbrio de pressão faz com que o líquido sofra aceleração. O princípio da quantidade de movimento fornece a seguinte expressão:

$$(P + \Delta P - P)A_L = \rho \Delta x \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Eliminando e rearranjando os termos da equação anterior, tem-se:

$$\Delta P = \rho \Delta Q \frac{\Delta x}{A_L \Delta t}$$

O termo  $\Delta x/\Delta t$  representa a velocidade de propagação da onda de pressão. A velocidade da onda é aproximadamente igual à velocidade sônica se desconsiderarmos a velocidade média do líquido na tubulação. É aceitável na grande maioria das aplicações, porque a magnitude da velocidade medida do fluido é muitas vezes menor do que a velocidade de propagação do som no fluido contido numa tubulação.

Logo:

$$\Delta P = \rho c \frac{\Delta Q}{A_L}$$

ou em termos de carga:

$$\Delta H = c \frac{\Delta Q}{g A_L}$$

Esta relação foi apresentada pela primeira vez por Joukowsky (1904). A velocidade sônica num líquido que escoar em uma determinada tubulação é influenciada pela elasticidade da parede da tubulação e compressibilidade do fluido. Para um sistema que seja axialmente restringido, pode-se obter uma aproximação satisfatória para a velocidade de propagação da onda utilizando a seguinte expressão:

$$c = \sqrt{E_f / \rho (1 + K_R E_f D / E_c t_l)}$$

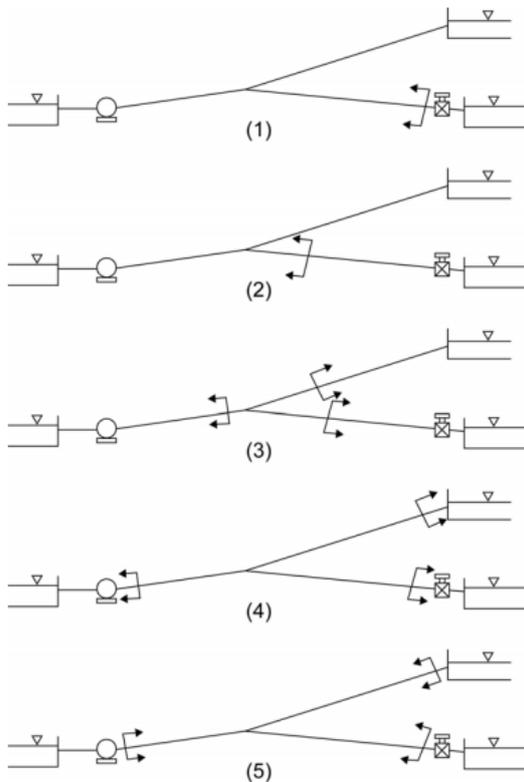
na qual  $E_f$  e  $E_c$  são os módulos de elasticidade do fluido e do conduto respectivamente.  $D$  é o diâmetro do tubo e  $t_1$  a espessura da parede do tubo.  $K_r$  é o coeficiente de restrição da tubulação que depende da forma como a tubulação está suportada.

### **TRANSIENTES - CONCEITO INTUITIVO**

Ondas de pressão produzidas por variação rápida da velocidade do fluido são introduzidas nos sistemas hidráulicos.

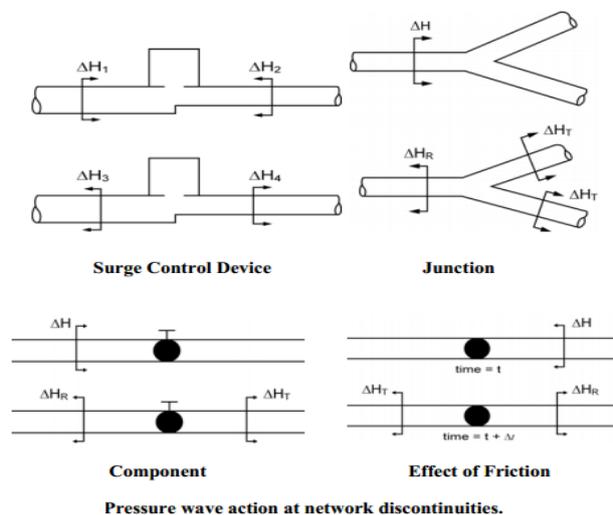
Estas ondas percorrem o sistema hidráulico com velocidade sônica e são transmitidas e refletidas em todas as descontinuidades físicas e/ou geométricas do sistema. É importante assinalar que as ondas de pressão são combinadas com a pressão local criando o que se chama de superposição de efeitos. No exemplo a seguir, uma onda gerada por manobra de uma válvula é transmitida até a junção. Neste ponto são geradas 3 (três) novas ondas "filhas".

Parte da onda original é transmitida através das tubulações associadas a jusante da junção e parte da onda original reflete de volta a sua origem.



**Figure 2-3: Pressure waves generated following an instantaneous valve closure.**

Esta aproximação requer o cálculo dos efeitos das ondas de pressão quando atingem junções, componentes (ex. válvulas e bombas), elementos que controlam os transientes injetando ou removendo fluido (ex. Chaminés, Reservatórios Hidropneumáticos, Ventosas, etc.). É necessário também calcular o efeito do atrito nas tubulações que interfere nas amplitudes das ondas (ou magnitude das ondas de pressão).

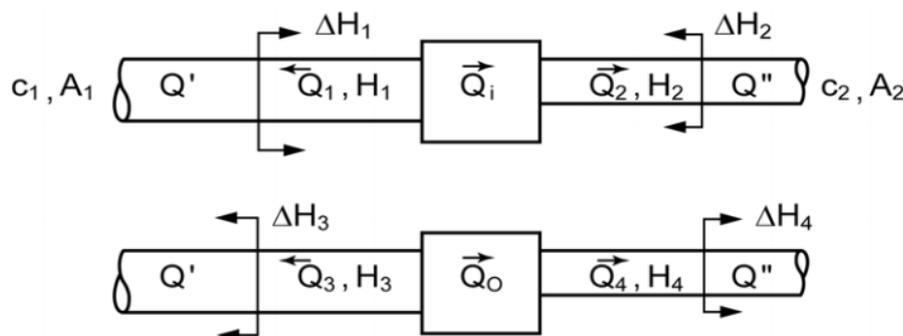


Apenas como exemplo, apresentamos a forma como são tratados os componentes tais como válvulas, bombas, turbinas, etc.

Assume-se que as relações entre vazão  $Q$  e carga  $\Delta H$ , satisfazem uma equação de 2° ordem com a seguinte forma geral:

$$\Delta H = A(t) + B(t)|Q| + C(t)Q|Q|$$

Os coeficientes são função do tempo e podem ser determinados em todos os tempos. A representação é aplicável a elementos resistivos como válvulas, orifícios, perdas localizadas, etc. Assim como elementos ativos, tais como bombas.



**Condition at component before and after wave action.**

A representação anterior descreve as condições antes de depois da ação de ondas de pressão, que chegam a montante e jusante do componente para uma grande variedade de situações.

Conforme informado, esta representação considera a possibilidade de mudança das características do elemento simultaneamente a ação das ondas de pressão.

O objetivo é o cálculo das condições de vazão e pressão após o efeito da onda sobre o componente. Uma vez calculados, estes se tornam os valores iniciais para o próximo passo de tempo do programa.

A sequência a seguir descreve os passos matemáticos básicos adotados para o cálculo de componentes.

Assume-se que a relação entre o fluxo  $Q$  e a mudança na carga  $\Delta H$  através do componente sempre satisfaz a equação característica de segundo grau ( carga x vazão), cuja a forma geral é:

$$H_4 - H_3 = A(t) + B(t)|Q_0| + C(t)Q_0|Q_0|$$

1 Devemos conhecer  $H_4$  e  $H_3$ . Porém, para obtê-los é necessário computar os efeitos de sobreposição através das seguintes equações.  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$  e  $H_4$  são pressões locais.

#### **Equações (1a e 1b)**

$$H_3 = H_1 + \Delta H_1 + \Delta H_3$$

$$H_4 = H_2 + \Delta H_2 + \Delta H_4$$

Nesta fase ainda não dispomos dos valores de  $\Delta H_3$  e  $\Delta H_4$  ( representam as ondas de pressão que são refletidas no componente).

$\Delta H_1$  e  $\Delta H_2$ , são ondas de pressão incidentes no componente.

2 - É necessário calcular o  $\Delta H_3$  e  $\Delta H_4$ .

Os efeitos de Joukowsky respondem pelo cálculo do  $\Delta H_3$  e  $\Delta H_4$ .

Ou seja, as ondas incidentes são modificadas pela descontinuidade, o qual nos referimos como componente.

#### **Equações (2a e 2b)**

$$\Delta H_3 = \Delta H_1 + F_1(Q_3 - Q_1) \quad \text{Onde:} \quad F_1 = \frac{c_1}{gA_1} \quad \text{and} \quad F_2 = \frac{c_2}{gA_2}$$

$$\Delta H_4 = \Delta H_2 + F_2(Q_4 - Q_2)$$

Os valores dos coeficientes  $A(t)$ ,  $B(t)$  e  $C(t)$  podem ser calculados com o tempo e representam os valores dos coeficientes no tempo da ação da onda.

$$C(t)Q_0|Q_0| + B(t)|Q_0| - (F_1 + F_2)Q_0 + b = 0$$

$$b = (A(t) + H_1 + 2\Delta H_1 - H_2 - 2\Delta H_2 + (F_1 + F_2)Q_i)$$

Esta equação pode ser resolvida usando a fórmula "quadrática" ou método iterativo, Newton-Raphson com  $Q_0 = Q_i$ .

Com o valor de  $Q_0$ , é possível calcular  $\Delta H_3$  e  $\Delta H_4$ .

Na sequência, calculamos  $H_4$  e  $H_3$  que se tornarão as novas condições iniciais.

Devemos nos lembrar de que novas ondas de pressão estarão chegando ao componente, resultado das reflexões das ondas geradas por ele nas discontinuidades do sistema ao mesmo tempo os valores dos coeficientes  $A(t)$ ,  $B(t)$  e  $C(t)$  são atualizados o que causarão modificações da característica do próprio componente.

O processo se repete até o final da manobra. A dissipação da energia é computada até o final do tempo de simulação.



## CONCLUSÃO

Assim, reconhecendo que o estudo dos transientes hidráulicos requer uma compreensão ampla e consistente de conceitos matemáticos e físicos e, reconhecendo também a complexidade e importância do tema, procuramos abordar durante este curso aspectos que tornam este estudo extremamente relevante para o desenvolvimento e aplicação da engenharia.

O WCM expressa de forma clara, direta e simplificada que a análise dos transientes pode ser feita baseando-se em conceitos físicos intuitivos os quais os engenheiros estão acostumados.

Este curso buscou usar como processo metodológico a aplicação em termos práticos, e através da resolução de situações/problemas que viabilizaram a aplicação contextualizada dos conceitos desenvolvidos.

O trabalho aqui desenvolvido objetivou despertar engenheiros, tecnólogos e professores para a necessidade de uma formação mais direcionada e focada na interpretação, identificação e minimização dos efeitos dos TRANSIENTES HIDRAÚLICOS.

Obrigado !

Eng. Francisco Veiga

