

COMPARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES NA PREVISÃO DE VAZÕES MÁXIMAS DO RESERVATÓRIO DE FURNAS

Matheus de Souza Costa¹, Luiz Alberto Beijo², Fabricio Goecking Avelar³

RESUMO

Devido à importância do conhecimento da previsão de vazões máximas, o presente trabalho teve por objetivo comparar a qualidade do ajuste das distribuições Log-Normal, Gumbel e Generalizada de valores extremos às séries de vazões máximas mensais do reservatório de Furnas. Foram utilizados os dados de vazões médias diárias do período de 1931 a 2015, obtidos junto ao Operador Nacional do Sistema Elétrico. Para verificar a adequabilidade do ajuste das distribuições foi utilizado o teste de Kolmogorov-Smirnov. O erro médio de previsão e a acurácia foram considerados na avaliação de desempenho das distribuições. Verificou-se que as distribuições Gumbel, Log-normal e Generalizada de valores extremos ajustaram-se aos dados de vazão máxima em todos os meses. O erro médio de previsão das três distribuições foi semelhante (em torno de 20%), nos meses do período úmido, sendo que a distribuição Log-normal apresentou maior acurácia. Nos meses do período seco, a distribuição Generalizada de valores extremos apresentou maior acurácia, porém, apresentou um erro médio de previsão maior que as outras distribuições. As distribuições Log-normal e Generalizada de valores extremos mostraram-se mais adequadas para realizar previsões de vazões máximas do reservatório de Furnas.

Palavras-chave: distribuição Gumbel, distribuição Log-normal, distribuição Generalizada de valores extremos, erro de previsão, tempo de retorno.

COMPARISON OF PROBABILITY DISTRIBUTIONS IN THE FORECAST OF MAXIMUM STREAMFLOWS OF THE FURNAS RESERVOIR

ABSTRACT

Due to the importance of knowing forecast the maximum streamflows, the present work had the objective to compare the quality of the fit of Log-Normal, Gumbel and Generalized extreme value distributions to the series of monthly maximum streamflows of the Furnas reservoir. It was used the daily mean streamflow data in the period from 1931 to 2015, obtained from the National Electric

¹ Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria – PPGEAB – UNIFAL-MG, e-mail: matheusmsc@outlook.com

² Doutor em Estatística e Experimentação Agropecuária, Professor Associado da Universidade Federal de Alfenas, e-mail: luiz.beijo@unifal-mg.edu.br

³ Doutor em Estatística e Experimentação Agropecuária, Professor Adjunto da Universidade Federal de Alfenas, e-mail: fabricio.avelar@unifal-mg.edu.br

System Operator. To verify the goodness of the fit in the distributions was used the Kolmogorov-Smirnov test. The mean error of forecast and the accuracy were considered in the performance evaluation of the distributions. The Gumbel, Log-normal and Generalized extreme value distributions fitted to maximum streamflow data in all months. The mean error of forecast of the three distributions was similar (around 20%) in the months of the wet period, and the Log-normal distribution presented greater accuracy. In the dry period, the generalized distribution of extreme values was more accurate, however, it presented a mean error of forecast higher than the other distributions. The Log-normal and Generalized extreme value distributions proved to be more adequate to perform predictions of maximum flows of the Furnas reservoir.

Keywords: Gumbel distribution, Log-normal distribution, Generalized extreme value distribution, forecast error, return time.

INTRODUÇÃO

A agricultura é extremamente dependente de boas condições climáticas, pois temporais, ventos fortes, geadas, granizo, enchentes ou secas podem afetar consideravelmente a produção de diversos gêneros agrícolas. De acordo com Ferreira (2015), práticas como a irrigação podem reduzir o impacto de efeitos como a seca na agricultura.

Para implementar sistemas de irrigação, deve-se, em muitos casos, realizar a construção de barragens para obtenção de reservatórios. Carvalho (2008) destaca que a vazão máxima ou vazão de projeto deve ser considerada no dimensionamento de barragens. Se a vazão máxima for superestimada, isto pode elevar os custos de construção e manutenção dessas estruturas hidráulicas, se a vazão máxima for subestimada, pode haver, no caso de uma inundação, danos materiais e até mesmo perdas de vidas humanas (SECKIN et al., 2011).

As séries de vazões registradas normalmente apresentam grande aleatoriedade, isso gera incerteza quanto a valores futuros (BRITO et al., 2016). Para minimizar essa incerteza, pode-se utilizar funções densidade de probabilidade. As distribuições de Gumbel, Log-normal e Generalizada de valores extremos (GVE) têm se destacado na previsão de séries de vazões máximas. A aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov, em várias regiões estudadas, tem indicado que essas distribuições se ajustam adequadamente a dados de vazões máximas. (GEBREGIORGIS; HOSSAIN, 2011;

MURSHED et al., 2011; VILLARINI et al., 2011; ZHANG et al., 2014; KAMAL et al., 2017; NAGY et al., 2017; FAROOQ et al., 2018).

Devido à importância do conhecimento da previsão de vazões máximas, este trabalho teve por objetivo comparar a qualidade do ajuste das distribuições Log-Normal, Gumbel e Generalizada de valores extremos às séries de vazões máximas mensais do reservatório de Furnas, bem como avaliar o erro médio de previsão e a acurácia de cada distribuição com base na previsão de vazão máxima para tempos de retorno de 2, 5, 10, 20 e 30 anos.

MATERIAL E MÉTODOS

Os dados foram obtidos junto ao Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS, 2016) e correspondem a vazões diárias médias do período de 1931 a 2015 do Reservatório da Usina Hidrelétrica de Furnas.

De acordo com Landa et al. (2002), o reservatório da Usina Hidrelétrica de Furnas é o terceiro lago artificial de um conjunto de barragens existentes na bacia do rio Grande, no Sul do estado de Minas Gerais, Brasil. a Bacia Hidrográfica do Rio Grande possui área total de 143000 km², com 86800 km² desse total em de Minas Gerais (ALAGO, 2013). A barragem do reservatório localiza-se entre os municípios de São Batista do Glória e São José da Barra.

Construído em 1957, o reservatório de Furnas ocupa uma área de 1442 km² e possui 3500 km de perímetro na sua cota máxima, banhando cerca de 34 municípios e uma

COMPARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES NA PREVISÃO DE VAZÕES MÁXIMAS DO RESERVATÓRIO DE FURNAS

população total de aproximadamente 800000 habitantes, possui em sua cota máxima, 22,95

bilhões de m³ e volume útil de 17,20 bilhões de m³ (ALAGO, 2013).



Figura 1. Localização da barragem da Usina Hidrelétrica de Furnas.

Fonte: ALAGO (2013)

Os dados foram agrupados em períodos mensais, conforme a metodologia dos blocos máximos. Considerou-se como blocos, cada um dos meses de janeiro a dezembro. Para exemplificar a composição do bloco de máximos de um dado mês, segue o procedimento realizado para o mês de janeiro. Dentre as 31 observações de vazões diárias médias no mês de janeiro no ano de 1931, selecionou-se a de maior valor. Fazendo esse processo de forma análoga, em cada um dos anos entre 1931 a 2015, obteve-se um bloco

com 85 observações de máximos no mês janeiro. No restante dos meses a mesma técnica foi aplicada, obtendo-se, portanto, 85 observações de máximos para cada mês.

O conjunto de máximos, de cada mês, foi dividido em duas partes, os dados do período de 1931 a 1985 foram reservados para estimação dos parâmetros dos modelos a serem testados, totalizando 55 observações para cada mês. Os dados do período de 1986 a 2015, totalizando 30 observações para cada mês, corresponde à fase de teste, através do qual é

possível verificar o desempenho dos modelos para amostras desconhecidas.

Optou-se por separar os meses em dois períodos: período úmido, de novembro a abril, período seco, de maio a outubro. De acordo com Brito et al. (2016), esse procedimento pode ser realizado a fim de minimizar os erros médios de previsão devido a diferença de variabilidade nos períodos de chuva e estiagem.

As estatísticas descritivas foram obtidas a partir da observação dos valores mínimo e máximo amostrais, assim como do cálculo de medidas de tendência central (média e mediana) e de medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão). Conforme recomendações de Ljung e Box (1978), utilizou-se o teste Ljung-

Box, ao nível de 1% de significância, para avaliar a independência das amostras.

Para estimar os parâmetros das distribuições utilizou-se as funções de máxima verossimilhança, fazendo o produtório da função densidade de cada distribuição. Posteriormente, derivou-se parcialmente e igualou-se a zero, obtendo os estimadores de cada parâmetro. Para a distribuição GVE não é possível obter uma expressão com solução analítica para os estimadores, é necessário assim obtê-los por algoritmos para aproximações numéricas.

A função densidade de probabilidade da distribuição GVE, segundo Martins et al. (2018), é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)} \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{-1}{\xi}} \right\} \quad (1)$$

Em que $-\infty < x < \mu - \sigma/\xi$ para $\xi < 0$ e $\mu - \sigma/\xi < x < +\infty$ para $\xi > 0$. Tomando-se o limite de $f(x)$, para $\xi \rightarrow 0$,

tem-se a função densidade de probabilidade da distribuição Gumbel:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \exp \left\{ - \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) - \exp \left[- \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right] \right\} \quad (2)$$

Com $-\infty < x < +\infty$. Conforme Khan e Pilz (2018), a função densidade

da distribuição Log-Normal é dada pela equação:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[\frac{-(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (3)$$

Em que x é a variável aleatória associada a valores do período e $0 < x < \infty$, σ é o desvio padrão dos logaritmos da variável x e $\sigma > 0$, μ é a média dos logaritmos da variável x e $0 < \mu < \infty$, \ln é o operador do logaritmo neperiano.

De acordo com Bautista et al. (2004), os estimadores dos parâmetros da distribuição GVE, a partir do método da máxima verossimilhança, são obtidos pela solução do sistema de equações 4, 5 e 6:

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \ln[L(\mu, \sigma, \xi; x)] = 0 \Rightarrow \frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^n \left[\left(1 + \hat{\xi} - v_i^{\frac{-1}{\hat{\xi}}} \right) \hat{\sigma}^{-1} \right] = 0 \quad (4)$$

COMPARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES NA PREVISÃO DE VAZÕES MÁXIMAS DO RESERVATÓRIO DE FURNAS

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \ln[L(\mu, \sigma, \xi; x)] = 0 \Rightarrow -\frac{n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n \left\{ (x_i - \hat{\mu}) \left[(1 + \hat{\xi}) - v_i^{\frac{1}{\hat{\xi}}} \right] v_i^{-1} \right\} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \ln[L(\mu, \sigma, \xi; x)] = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n \left\{ \left(1 - v_i^{\frac{1}{\hat{\xi}}} \right) \left[\frac{1}{\hat{\xi}^2} \ln(v_i) - \frac{(x_i - \hat{\mu})}{\hat{\xi} \hat{\sigma} v_i} \right] - \frac{(x_i - \hat{\mu})}{\hat{\sigma} v_i} \right\} = 0 \quad (6)$$

Em que, $v_i = 1 + \hat{\xi} \left(\frac{x_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right)$.

Conforme mencionado anteriormente, o sistema de equações (4, 5 e 6) não possui solução analítica, deve-se, portanto, utilizar um

método iterativo para obtenção de uma solução numérica. Os estimadores dos parâmetros da distribuição Gumbel, obtidos pelo método da máxima verossimilhança, são:

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \ln[L(\mu, \sigma; x)] = 0 \Rightarrow \hat{\mu} = \hat{\sigma} \ln \left[\frac{n}{\sum_{i=1}^n \exp\left(\frac{-x_i}{\hat{\sigma}}\right)} \right] \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \ln[L(\mu, \sigma; x)] = 0 \Rightarrow \hat{\sigma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \exp\left(\frac{-x_i}{\hat{\sigma}}\right)}{\sum_{i=1}^n \exp\left(\frac{-x_i}{\hat{\sigma}}\right)} \quad (8)$$

Os estimadores dos parâmetros da distribuição Log-normal, obtido

pelo método da máxima verossimilhança, são:

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \ln[L(\mu, \sigma; x)] = 0 \Rightarrow \hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n \ln(x_i)}{n} \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial \sigma^2} \ln[L(\mu, \sigma; x)] = 0 \Rightarrow \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\ln(x_i) - \frac{\sum_{i=1}^n \ln(x_i)}{n} \right)^2}{n} \quad (10)$$

Foi utilizado o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) para analisar a aderência das distribuições à série de vazões máximas. Para realizar o teste KS, comparou-se o valor p com a significância de 5%.

O tempo de retorno T representa o inverso da probabilidade com que um dado evento E tenha ocorrido. No presente trabalho,

o evento E considerado é a ocorrência de uma vazão que exceda um dado valor x . A probabilidade de excedência desse evento é obtida por $1 - F(x)$, em que $F(x)$ é a função cumulativa da distribuição considerada, ou seja, é a integral de (1), (2) ou (3).

O tempo de retorno, por definição, é estimado pela equação 11:

$$T = \frac{1}{1-F(x)} \quad (11)$$

Conforme Bautista et al. (2004), o nível de retorno (q_T) é obtido pela solução da equação 12.

$$\int_{-\infty}^{q_T} f(x|\theta) dx = 1 - \frac{1}{T} = F(q_T|\theta) \quad (12)$$

Em que q_T está associado ao tempo de retorno T e θ é o vetor de parâmetros da distribuição. Dessa forma, considerando que as observações

máximas seguem uma distribuição Gumbel, GVE ou Log-normal, o estimador do quantil q_T é dado por:

$$q_T = F^{-1}\left(1 - \frac{1}{T} \mid \theta\right) \quad (13)$$

A estimativa \hat{q}_T do nível de retorno q_T para tempos de retorno T (em anos) é obtida pela substituição das estimativas dos parâmetros da distribuição na função (13).

Foram calculados níveis de retorno de vazão máxima e seus respectivos intervalos de 99% de confiança para os tempos de retorno de 2, 5, 10, 20 e 30 anos via distribuições Gumbel, Log-normal e GVE.

A acurácia das distribuições foi definida como sendo o número de acertos, considerando os intervalos de confiança, por período (em 30 possíveis, já que são 5 tempos de retorno para cada mês e são 6 meses em cada período).

Para avaliar a precisão das distribuições utilizou-se o Erro Médio de Previsão (EMP), que tem a seguinte expressão:

$$EMP = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right| \times 100 \quad (14)$$

Em que, x_i é a vazão observada, \hat{x}_i é a vazão prevista para o i -ésimo tempo de retorno e n é o número de previsões.

Todas as análises estatísticas foram feitas com auxílio do software R Core Team (2017) e seus respectivos pacotes: evd (STEPHENSON, 2002) e MASS (VENABLES; RIPLEY, 2002).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para o melhor entendimento da variável estudada são apresentadas, na Tabela 1, algumas medidas descritivas: o máximo, o mínimo, a amplitude, a média, desvio padrão e o coeficiente de variação das séries de vazões máximas de Furnas estudadas para os períodos seco e úmido.

COMPARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES NA PREVISÃO DE VAZÕES MÁXIMAS DO RESERVATÓRIO DE FURNAS

Tabela 1. Medidas descritivas da vazão diária máxima por mês (m^3s^{-1}) do reservatório de Furnas no período de 1931 a 2015 para os períodos seco e úmido.

Período Seco						
Mês	Máx.	Mín.	Amplitude	Média	Desv. Pad.	Coef. Var. (%)
Mai.	2239	379	1860	1002,49	451,18	45,00
Jun.	3328	357	2971	817,05	462,01	56,55
Jul.	1652	276	1376	650,44	270,34	41,56
Ago.	1201	240	961	534,00	201,73	37,78
Set.	2956	230	2726	666,46	497,42	74,64
Out.	2299	279	2020	845,20	386,75	45,76
Período Úmido						
Mês	Máx.	Mín.	Amplitude	Média	Desv. Pad.	Coef. Var. (%)
Nov.	3525	455	3070	1353,98	726,72	53,67
Dez.	4995	703	4292	2375,46	933,60	39,30
Jan.	7497	1122	6375	3072,46	1293,98	42,12
Fev.	4234	459	3775	2478,34	869,08	35,07
Mar.	4434	775	3659	2122,17	855,24	40,30
Abr.	3369	510	2859	1423,61	599,14	42,08

Percebe-se na Tabela 1 que o coeficiente de variação apresentado é alto, o que indica alta variabilidade dos dados em relação à média, o que pode aumentar o erro de previsão das séries de vazões.

Pode-se notar também que no período úmido, a média e o desvio padrão são maiores

que no período seco, tal fato foi observado também por Brito et al. (2016) e por Lima et al. (2011).

Na Tabela 2 são apresentados os resultados dos testes KS para aderência das distribuições à série de vazão e Ljung-Box para testar a independência das amostras.

Tabela 2. Teste Ljung-Box (LB) para verificar a independência das amostras e Teste KS para ajuste das distribuições Gumbel, Log-normal (LN) e GVE à série de vazões máximas mensais de 1931-1985 do reservatório de Furnas.

Período Seco				
Mês	Valor p	Valor p (KS)		
	(LB)	Gumbel	LN	GVE
Mai.	0,0386	0,5692	0,5367	0,5462
Jun.	0,4240	0,1913	0,1511	0,1858
Jul.	0,5493	0,4569	0,3944	0,6141
Ago.	0,7240	0,6823	0,6832	0,6831
Set.	0,9528	0,2509	0,2845	0,6852
Out.	0,2691	0,1986	0,2598	0,5725
Período Úmido				
Mês	Valor p	Valor p (KS)		
	(LB)	Gumbel	LN	GVE
Nov.	0,1991	0,6588	0,7595	0,6503
Dez.	0,3035	0,6340	0,5288	0,5855
Jan.	0,0792	0,6953	0,7667	0,6445
Fev.	0,1999	0,6152	0,6095	0,8623
Mar.	0,2577	0,5604	0,6351	0,6016
Abr.	0,1592	0,8192	0,8061	0,8467

De acordo com os resultados da Tabela 2, o Teste Ljung-Box apontou que não há dependência entre as amostras (valor $p > 0,01$). Todas as três distribuições se ajustaram ao conjunto de dados, conforme o resultado do teste KS (valor $p > 0,05$).

As vazões máximas mensais observadas e as estimativas de vazões máximas mensais (níveis de retorno) das distribuições, para os tempos de retorno 2, 5, 10, 20 e 30 anos, e seus respectivos intervalos de confiança são apresentados na Tabela 3 (período úmido) e na Tabela 4 (período seco).

Tabela 3. Vazões máximas mensais observadas (VO) e estimativas da vazão máxima mensal do Reservatório de Furnas com seus respectivos intervalos de confiança* ([]), obtidas via distribuições Gumbel (GU), Log-normal (LN) e GVE para os tempos de retorno (TR) 2, 5, 10, 20 e 30 anos no Período Úmido.

Mês	TR	VO (m^3s^{-1})	GU	GVE	LN
Nov.	2	1096	1217,2 [1033,3; 1401,0]	1216,0 [1017,3; 1414,8]	1191,7 [1016,2; 1402,3]
	5	1096	1730,7 [1445,4; 2016,1]	1731,0 [1442,1; 2019,4]	1739,4 [1477,4; 2153,0]
	10	1680	2017,0 [1703,2; 2438,9]	2072,0 [1667,7; 2475,7]	2117,6 [1765,0; 2736,5]
	20	3525	2397,6 [1946,2; 2848,9]	2398,0 [1829,2; 2966,4]	2491,3 [2033,3; 3352,0]
	30	3525	2585,4 [2085,0; 3085,8]	2586,0 [1890,0; 3281,2]	2711,1 [2185,8; 3729,8]
Dez.	2	4098	2033,5 [1712,6; 2354,5]	2051,6 [1718,6; 2384,6]	1997,0 [1681,4; 2371,9]
	5	4098	2874,6 [2414,0; 3335,3]	2877,4 [2461,1; 3293,6]	2985,7 [2507,8; 3749,9]
	10	4098	3428,0 [2853,8; 4002,0]	3418,7 [2891,3; 2946,1]	3684,1 [3032,7; 4845,0]
	20	4098	3957,6 [3268,0; 4647,2]	3946,9 [3116,2; 4777,6]	4382,6 [3527,7; 6017,5]
	30	4098	4262,0 [3503,8; 5020,1]	4252,8 [3204,7; 5300,9]	4796,9 [3811,0; 6744,7]
Jan.	2	3438	2550,6 [2187,7; 2913,5]	2570,1 [2188,3; 2952,0]	2536,4 [2182,5; 2947,4]
	5	3438	3507,1 [2982,7; 4031,5]	3508,5 [3034,2; 3982,9]	3603,4 [3094,3; 4396,9]
	10	7497	4136,6 [3480,7; 4792,5]	4126,5 [3506,2; 4746,7]	4329,5 [3652,9; 5499,3]
	20	7497	4739,2 [3949,6; 5528,9]	4728,3 [3716,1; 5740,5]	5038,1 [4168,4; 6645,1]
	30	7427	5085,6 [4216,3; 5954,9]	5076,3 [3770,1; 6382,5]	5451,7 [4459,4; 7341,2]
Fev.	2	2536	2251,9 [1937,4; 2566,1]	2242,9 [1940,7; 2545,1]	2209,4 [1905,8; 2561,3]
	5	2536	3093,5 [2653,5; 3551,4]	2981,8 [2634,8; 3328,7]	3121,3 [2686,9; 3796,4]
	10	4230	3629,8 [3066,3; 4193,4]	3453,2 [3046,3; 3801,1]	3739,1 [3163,5; 4731,3]
	20	4230	4134,8 [3469,0; 4800,6]	3921,0 [3243,5; 4588,5]	4340,6 [3602,3; 5699,7]
	30	4230	4422,2 [3697,0; 5147,4]	4185,9 [3233,3; 5138,4]	4690,9 [3849,5; 6286,7]
Mar.	2	1970	2054,3 [1763,9; 2344,6]	2037,0 [1724,0; 2351,0]	2016,6 [1735,2; 2343,7]
	5	2457	2903,2 [2423,9; 3382,4]	2903,0 [2372,7; 3432,9]	2865,7 [2460,6; 3497,0]
	10	3209	3469,0 [2836,1; 4101,8]	3478,3 [2681,6; 4274,9]	3443,4 [2905,1; 4374,4]
	20	3209	4012,8 [3224,8; 4800,1]	4020,0 [2950,5; 5090,2]	4007,4 [3315,3; 5286,3]
	30	4174	4325,9 [3446,4; 5205,5]	4333,0 [3086,2; 5580,0]	4336,5 [3546,8; 5840,4]
Abr.	2	1915	1364,0 [1179,4; 1548,6]	1364,9 [1167,8; 1562,0]	1355,8 [1176,1; 1562,9]
	5	1915	1872,8 [1591,9; 2153,6]	1872,4 [1597,0; 2147,8]	1890,2 [1636,5; 2281,9]
	10	3017	2209,4 [1850,3; 2568,4]	2208,1 [1831,5; 2584,6]	2248,7 [1914,8; 2819,9]
	20	3017	2532,1 [2094,0; 2970,3]	2532,0 [1919,0; 3145,7]	2595,6 [2169,5; 3372,9]
	30	3467	2717,8 [2232,8; 3202,8]	2717,0 [2030,9; 3403,1]	2796,8 [2312,5; 3706,3]

*Ao nível de 99% de confiança. Os intervalos destacados em vermelho englobaram os valores reais.

Considerando a distribuição Gumbel (GU) e tomando 5 anos como tempo de retorno

apropriado de ocorrer uma dada vazão máxima no mês de janeiro, pode-se interpretar essas

COMPARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES NA PREVISÃO DE VAZÕES MÁXIMAS DO RESERVATÓRIO DE FURNAS

informações da seguinte forma: em um tempo médio de 5 anos, espera-se que a vazão máxima no mês de janeiro seja superior a $3507,1 m^3 s^{-1}$, com um intervalo de 99% de confiança entre $2982,7 m^3 s^{-1}$ e $4031,5 m^3 s^{-1}$.

Observando os resultados apresentados na Tabela 3 percebe-se que, de maneira geral, as distribuições subestimaram vazões

máximas nos meses de janeiro, abril e dezembro. E superestimaram no mês de novembro.

Os intervalos de confiança calculados para essas distribuições, nos meses de fevereiro e março, englobaram os valores de vazões máximas observadas, na maior parte dos tempos de retorno considerados.

Tabela 4. Vazões máximas mensais observadas (VO) e estimativas da vazão máxima mensal do Reservatório de Furnas com seus respectivos intervalos de confiança* ([]), obtidas via distribuições Gumbel (GU), Log-normal (LN) e GVE para os tempos de retorno (TR) 2, 5, 10, 20 e 30 anos no Período Seco.

Mês	TR	VO ($m^3 s^{-1}$)	GU	GVE	LN
Mai.	2	1121	902,1 [782,9; 1017,2]	901,1 [778,4; 1023,9]	897,6 [785,1; 1026,1]
	5	1121	1229,0 [1048,2; 1409,8]	1230,0 [1044,0; 1415,0]	1227,4 [1071,6; 1465,6]
	10	1896	1446,1 [1211,8; 1680,4]	1447,0 [1184,7; 1708,4]	1445,5 [1242,4; 1789,0]
	20	2239	1655,0 [1366,0; 1943,3]	1655,0 [1287,4; 2022,7]	1654,6 [1397,5; 2117,6]
	30	2239	1774,7 [1454,1 2095,2]	1775,0 [1326,3; 2223,7]	1775,2 [1484,1; 2314,3]
Jun.	2	782	720,0 [633,8; 806,1]	709,3 [618,9; 799,7]	715,7 [627,6; 816,2]
	5	835	968,2 [833,3; 1103,1]	985,6 [819,0; 1152,2]	973,1 [851,7; 1158,1]
	10	922	1123,0 [953,2; 1292,7]	1260,8 [883,9; 1637,6]	1142,6 [984,8; 1408,5]
	20	1139	1275,6 [1068,2; 1483,1]	1493,8 [910,7; 2076,9]	1304,6 [1105,3; 1662,1]
	30	1256	1384,8 [1143,2; 1626,4]	1574,8 [1024,6; 2125,0]	1397,8 [1172,5; 1813,5]
Jul.	2	669	588,7 [521,1; 656,3]	579,8 [508,4; 651,2]	590,2 [521,1; 668,6]
	5	669	778,6 [673,0; 884,2]	790,8 [663,8; 917,7]	789,9 [696,1; 931,8]
	10	885	900,8 [766,1; 1035,4]	941,3 [743,6; 1138,9]	919,9 [798,9; 1121,9]
	20	885	1020,0 [855,1; 1184,9]	1095,3 [800,5; 1390,1]	1043,2 [891,4; 1312,7]
	30	906	1092,5 [907,5; 1277,5]	1175,1 [833,3; 1516,9]	1113,8 [942,8; 1425,8]
Ago.	2	908	491,9 [433,9; 549,9]	493,0 [432,8; 553,2]	492,0 [435,6; 555,6]
	5	908	651,3 [564,1; 738,6]	651,0 [565,6; 736,4]	653,9 [578,0; 768,3]
	10	908	757,8 [646,2; 869,4]	757,2 [641,0; 873,5]	758,7 [661,1; 921,0]
	20	908	860,0 [723,7; 996,4]	859,4 [695,6; 1023,2]	857,9 [735,8; 1073,6]
	30	908	918,8 [767,9; 1069,8]	918,2 [717,6; 1118,9]	914,5 [777,1; 1163, 8]
Set.	2	863	554,6 [467,1; 642,2]	502,8 [419,0; 586,6]	539,6 [451,9; 644,2]
	5	863	804,3 [662,3; 946,2]	891,2 [535,8; 1246,6]	816,6 [682,3; 1032,8]
	10	1111	959,3 [779,0; 1139,5]	1168,0 [506,0; 1830]	1014,1 [829,9; 1344,8]
	20	1357	1126,4 [896,6; 1356,3]	1457,7 [576,5; 2339,0]	1212,8 [969,8; 1681,3]
	30	1357	1222,7 [964,2; 1481,2]	1599,4 [662,0; 2536,9]	1331,1 [1050,1; 1891,1]
Out.	2	545	787,5 [679,8; 895,2]	759,3 [644,8; 885,9]	783,6 [676,5; 907,6]
	5	849	1088,7 [918,2; 1259,3]	1110,4 [879,7; 1341,2]	1104,6 [951,8; 1341,9]
	10	1178	1298,4 [1071,5; 1525,3]	1354,6 [991,3; 1717,9]	1321,8 [1119,5; 1670,1]
	20	1178	1486,9 [1210,1; 1763,7]	1563,9 [1098,3; 2029,5]	1532,9 [1273,7; 2009,6]
	30	1523	1577,2 [1281,3; 1873,1]	1685,2 [1153,7; 2216,8]	1655,9 [1360,6; 2215,2]

* Ao nível de 99% de confiança. Os intervalos destacados em vermelho englobaram os valores reais.

Com relação ao período seco, os resultados apresentados na Tabela 4 apontam que as distribuições subestimaram vazões máximas no mês de maio.

No restante dos meses do período seco, os intervalos de confiança calculados para essas

distribuições englobaram os valores de vazões máximas observadas, na maior parte dos tempos de retorno considerados.

Na Tabela 5 é apresentada a acurácia e a média por período do EMP das distribuições.

Tabela 5. Acurácia e média, por período, do erro médio de previsão (EMP) das distribuições Gumbel (GU), Log-normal (LN) e GVE na análise de vazões máximas do reservatório de Furnas.

	Período Úmido			Período Seco		
	GU	GVE	LN	GU	GVE	LN
Acurácia	12 (40%)	15 (50%)	16 (53%)	14 (47%)	19 (63%)	15 (50%)
EMP (%)	20,05	20,19	19,88	17,55	20,43	17,83

Observa-se na Tabela 5 que a distribuição Log-normal apresentou maior acurácia no período úmido. No período seco, a distribuição GVE apresentou a maior acurácia. Além disso, considerando os dois períodos, a distribuição GVE apresentou maior acurácia que as outras distribuições. Esse resultado corrobora o estudo de Önoç e Bayazit (1995), em que foram analisadas vazões máximas em 19 estações, comparando-se o número de excedência de um dado quantil (considerando um tempo de retorno de 100 anos) calculado para diversas distribuições com o número de excedência esperado, concluiu-se que a acurácia da distribuição GVE foi maior que a de outras distribuições.

De acordo Beijo et al. (2009), a maior acurácia nos resultados é muito importante em termos de segurança e economia. Se, em um determinado local, ocorrer uma vazão maior do que a prevista, isso pode causar muitos problemas. No caso específico de barragens, essa subestimação da vazão máxima poderia causar rompimentos das obras, gerando

prejuízos materiais e danos à população ribeirinha.

De acordo com os resultados da Tabela 5, no período úmido, o EMP das três distribuições foi semelhante. A distribuição Gumbel apresentou menor EMP no período seco. Comparando os resultados do EMP nos dois períodos (Tabela 5), percebe-se que os erros são menores no período seco, fato constatado também nos estudos de Brito et al. (2016), que fizeram previsões de vazões médias diárias para diferentes Usinas Hidrelétricas do Rio Grande, a partir de modelos baseados em Redes Neurais Artificiais. A menor amplitude de vazão máxima no período seco (Tabela 1) pode ter contribuído para esse resultado.

Os percentuais de erros médios de previsão, em torno de 20%, encontrados nesse trabalho são semelhantes aos encontrados por Brito et al. (2016) e Lima et al. (2011), que fizeram estimativas de vazões com auxílio de redes neurais e Pinto et al. (2015), que utilizaram séries temporais na análise de vazões.

COMPARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES NA PREVISÃO DE VAZÕES MÁXIMAS DO RESERVATÓRIO DE FURNAS

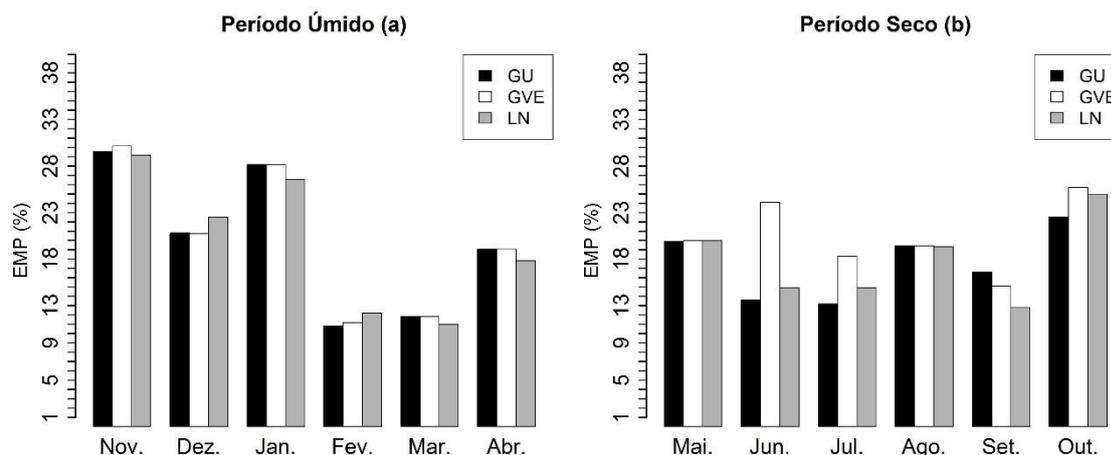


Figura 2. (a) Erro Médio de Previsão (EMP, %) de vazão máxima do Reservatório de Furnas das distribuições Gumbel (GU), Log-normal (LN) e GVE no Período Úmido; (b) Erro Médio de Previsão de vazão máxima do Reservatório de Furnas das distribuições GU, LN e GVE no Período Seco.

A Figura 2 apresenta o Erro Médio de Previsão (EMP) das distribuições Gumbel (GU), Log-normal (LN) e GVE por mês nos períodos seco e úmido.

Todas as distribuições cometeram maiores erros no mês de novembro (Figura 2, a), isso pode ser explicado pelo fato de que é o primeiro mês do período chuvoso, apresentando menor média de vazão máxima do período de acordo com os dados da Tabela 1, o que dificulta a previsão de vazão máxima. As três distribuições foram melhores nos meses de fevereiro e março, em relação ao EMP (Figura 2a).

Observando a Figura 2b, percebe-se que, no mês de junho, a distribuição GVE apresentou EMP mais alto que as outras. Esse resultado, possivelmente, relaciona-se com o fato de que o mês de junho apresentou maior amplitude e o segundo maior coeficiente de variação (Tabela 1), considerando apenas os meses do período seco.

CONCLUSÕES

As distribuições Gumbel, Generalizada de valores extremos e Log-normal se ajustaram aos dados de vazões máximas mensais do reservatório de Furnas. Nos meses do período úmido, as três distribuições tiveram desempenho semelhante, em relação ao erro de previsão, sendo que a distribuição Log-normal

apresentando maior acurácia. A distribuição Generalizada de valores extremos apresentou maior acurácia, nos meses do período seco, porém, apresentou um erro médio de previsão maior que as outras distribuições. As distribuições Log-normal e Generalizada de valores extremos mostraram-se mais adequadas na previsão de vazão máxima do reservatório de Furnas.

AGRADECIMENTOS

Agradecimento ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de Iniciação Científica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALAGO. PDRH FURNAS - **Plano Diretor de Recursos Hídricos da Bacia Hidrográfica do Entorno do Lago de Furnas: Relatório Parcial 1: Diagnóstico da Bacia Hidrográfica**. Alfenas: ALAGO, 2013. Disponível em: <<http://www.alago.org.br/imagens/image/PDRH%20GD3%20-%20Diagnostico.pdf>>. Acesso em: 06 abr. 2019.

BAUTISTA, E. A.; ZOCCHI, S. S.; ANGELOCCI, L. R. A Distribuição Generalizada de Valores Extremos aplicada ao

ajuste dos dados de velocidade máxima do vento em Piracicaba, São Paulo, Brasil. **Revista de Matemática e Estatística**, v.22, n.1, p. 95-111, 2004.

BEIJO, L. A.; VIVANCO, M. J. F.; MUNIZ, J.A. Análise Bayesiana no estudo do tempo de retorno das precipitações pluviiais máximas em Jaboticabal (SP). **Ciência e Agrotecnologia**, v. 33, n. 1, p. 261-270, 2009. <https://doi.org/10.1590/S1413-70542009000100036>.

BRITO, B. O.; SALGADO, R. M.; BEIJO, L. A. Intelligent Modeling for Streamflow Forecasting. **IEEE Latin America Transactions**, v. 14, n. 8, p. 3669-3677, 2016. <https://doi.org/10.1109/TLA.2016.7786349>.

CARVALHO, J. A. **Dimensionamento de pequenas barragens para irrigação**. Lavras: UFLA, 2008. 153 p.

FAROOQ, M.; SHAFIQUE, M.; KHATTAK, M. S. Flood frequency analysis of river swat using Log Pearson type 3, Generalized Extreme Value, Normal, and Gumbel Max distribution methods. **Arabian Journal of Geosciences**, v. 11, n. 9, p. 216, 2018. <https://doi.org/10.1007/s12517-018-3553-z>.

FERREIRA, Z. R. **Determinantes da irrigação no Brasil: uma análise do Spillover espacial**. 2015. 70 f. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa-MG.

GEBREGIORGIS A. S.; HOSSAIN F. Hydrological risk assessment of old dams: case study on Wilson dam of Tennessee River basin. **Journal of Hydrologic Engineering**, v. 17, n. 1, p. 201-212, 2011. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0000410](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000410).

LANDA, G. G.; RULL, L. M. A.; PINTO-COELHO, R. M. Distribuição espacial e temporal de *Kellicottia bostoniensis* (Rousselet, 1908) (Rotifera) em um grande reservatório tropical (reservatório de Furnas),

Estado de Minas Gerais, Brasil. **Acta Scientiarum Biological Sciences**, v. 24, n. 2, p. 313-319, 2002. <http://dx.doi.org/10.4025/actascibiolsci.v24i0.2272>.

LIMA, D. B.; LIMA, M. D. C. E.; SALGADO, R. M. An Empirical Analysis of MLP Neural Networks Applied to Streamflow Forecasting. **IEEE Latin America Transactions**, v.9, n.3, p. 295-301, 2011. <https://doi.org/10.1109/TLA.2011.5893775>.

LJUNG, G. M.; BOX, G. E. P. On a Measure of Lack Fit in Time Series Models. **Biometrika**, v. 65, n. 2, p. 297-303, 1978. <https://doi.org/10.1093/biomet/65.2.297>.

KAMAL, V.; MUKHERJEE, S.; SINGH, P.; SEN, R.; VISHWAKARMA, C. A.; SAJADI, P.; ASTHANA, H.; RENA, V. Flood frequency analysis of Ganga river at Haridwar and Garhmukteshwar. **Applied Water Science**, v. 7, n. 4, p. 1979-1986, 2017. <https://doi.org/10.1007/s13201-016-0378-3>.

KHAN, F.; PILZ, J. Modelling and sensitivity analysis of river flow in the Upper Indus Basin, Pakistan. **International Journal of Water**, v. 12, n. 1, p. 1-21, 2018. <https://doi.org/10.1504/IJW.2018.090184>.

MARTINS, T. B.; ALMEIDA, G. C.; AVELAR, F. G.; BEIJO, L. B. Predição da precipitação máxima no município de Silvianópolis-MG. **Irriga**, v. 23, n. 3, p. 467-479, 2018. <https://doi.org/10.15809/irriga.2018v23n3p467-479>.

MURSHED, S.; KIM, S., PARK, J. S. Beta- κ distribution and its application to hydrologic events. **Stochastic environmental research and risk assessment**, v. 25, n. 7, p. 897, 2011. <https://doi.org/10.1007/s00477-011-0494-4>.

NAGY, B. K.; MOHSEN, M.; HUGHEY, K. F. D. Flood frequency analysis for a braided river catchment in New Zealand: Comparing annual maximum and

COMPARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES NA PREVISÃO DE VAZÕES MÁXIMAS DO RESERVATÓRIO DE FURNAS

partial duration series with varying record lengths. **Journal of Hydrology**, v. 547, p. 365-374, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.02.001>.

ONS - OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO. **Séries de Vazões Diárias**. 2016. Disponível em: <<http://www.ons.org.br/download/>>. Acesso em: 10 jan. 2017.

ÖNÖZ, B.; BAYAZIT, M. Best-fit distributions of largest available flood samples. **Journal of Hydrology**, v. 167, n. 1-4, p. 195-208, 1995. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(94\)02633-M](https://doi.org/10.1016/0022-1694(94)02633-M).

PINTO, W. P.; LIMA, G. B.; ZANETI, J. B. Análise comparativa de modelos de séries temporais para modelagem e previsão de regimes de vazões médias mensais do Rio Doce, Colatina - Espírito Santo. **Ciência e Natura**, v. 37, n. 4, p. 1-11, 2015. <http://dx.doi.org/10.5902/2179460X17143>.

R CORE TEAM. **R**: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria, 2017. Disponível em: <<http://www.r-project.org>>. Acesso em: 10 jan. 2018.

SECKIN, N.; HAKTANIR, T.; YURTAL, R. Flood frequency analysis of Turkey using L-moments method. **Hydrological Processes**, v. 25, n. 22, p. 3499-3505, 2011. <http://dx.doi.org/10.1002/hyp.8077>.

STEPHENSON, A. G. evd: Extreme Value Distributions. **R News**, v. 2, n. 2, p. 31-32. 2002. Disponível em: <<http://CRAN.R-project.org/doc/Rnews/>>. Acesso em: 10 out. 2017.

VENABLES, W.; RIPLEY, B. **Modern applied statistics with S**. 4. ed. New York: Springer Netherlands, 2002. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-21706-2>.

VILLARINI, G.; SMITH, J. A.; SERINALDI, F.; NTELEKOS, A. A. Analyses of seasonal and annual maximum daily discharge records for central Europe. **Journal of Hidrology**, v. 399, n. 3-4, p. 299-312, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2011.01.007>.

ZHANG, Q.; GU, X.; SINGH, V. P.; XIAO, M. Flood frequency analysis with consideration of hydrological alterations: Changing properties, causes and implications. **Journal of Hidrology**, v. 519, p. 803-813, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2014.08.011>.